Don. Lud.
578

~~Ja. 145~~
Don. Eud. 578.

<36603456130017

<36603456130017

Bayer. Staatsbibliothek

Neue Untersuchungen

über die Verhältnisse der Größen und Eccentricitäten der Weltkörper

durch

D. Gotthilf Heinrich Schubert.

Mit 2 Kupfern.

Dresden, 1808,

in der Arnoldischen Buchhandlung.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Dem

Herrn Oberamtmann

Dr. Johann Hieronymus Schröter

und dem

Herrn Hofrath

Dr. Fr. W. Joseph Schelling,

widmet diese Erstlinge

als einen öffentlichen Beweis seiner Hochachtung und Dankbarkeit

der Verfasser.

I. Verhältniß der Halbmesser zu den Entfernungen.

Ich habe in meinen Ahndungen einer allgemeinen Geschichte des Lebens (zweyten Theiles ersten Band, Leipzig 1807) ein Verhältniß der Halbmesser der Planeten zu ihren Entfernungen von der Sonne aufgestellt, mittelst welchem sich die Größe des zunächst entfernteren Planeten aus gewissen Verhältnissen des vorhergehenden näheren Planeten genau bestimmen läßset. Jene erste Darstellung ist jedoch nicht ohne bedeutende Mängel geblieben, die vorzüglich aus der irrigen Meynung hervorgegangen, daß gewisse in jenem Verhältniß vorzüglich bedeutende Zahlen, von denen wir hernach reden werden, von Glied zu Glied blos in geometrischer Proportion wüchsen. Jener Irrthum, der erst durch die Entdeckung der Vesta veranlaßt war, hatte auch auf die Bestimmung des Vestahalbmessers den vorzüglichsten Einfluß gehabt, und denselben unverhältnißmäßig viel größer angeben lassen als er wirk-

lich ist. Er hatte ferner verhindert, die sehr nahe liegende, und zu vielen Aufschlüssen führende Weise, den Jupiterhalbmesser aus den Verhältnissen der nächstvorhergehenden Glieder zu bestimmen, aufzufinden, wodurch die Entstehung der ganzen (sogenannten) 2ten Reihe dunkel geworden, und außer allem Zusammenhang mit der ersten gesetzt war. Ja selbst in den zugleich aufgestellten Eccentricitätsverhältnissen, war durch jene Annahme eine bedeutende Lücke entstanden, da der Uebergang, welchen jetzt die Vesta von der einen Seite zur andren bildet, dadurch weggefallen. Aus diesem Grunde habe ich es für nöthig gehalten, jene Verhältnisse der Größen und Eccentricitäten, hier noch einmal vollständiger und deutlicher aufzustellen.

I.

Zuerst wird es gut seyn, uns über das eine, bey jenen Verhältnissen vorzüglich nöthige Element, über die Entfernungen zu vereinigen. Wir würden hierbey eine leichtere Auskunft finden, wenn die Elemente aller Planetenbahnen schon wie die der zuletzt entdeckten, auf die Gaußische Weise berechnet wären, indem wir uns dann ohne weitre Auswahl an diese Berechnungen halten würden; vor der Hand aber wird es gut seyn, bey den 5 älteren Planeten zwischen den fast allgemein herrschenden La Placeschen und La Landeschen Angaben, und jenen neueren, die sich im 3ten Band des Traité elementaire de Physique par L. Brisson. Paris 1798 finden, *) ein Mittel zu wählen.

---

*) Besonders da ich die letzteren Angaben in meiner ersten Darstellung jener Verhältnisse vorzüglich vor Augen gehabt habe.

Mittlere Entfernungen der Planeten in Halbmessern der Erdbahn:

	Nach La Place und La Lande	Nach der Angabe bey Brisson	Mittel aus beyden.
Mercur	0,387100	0,387100	———
Venus	0,723332	0,723330	0,723331
Erde	1,000000	———	———
Mars	1,523693	1,523690	1,5236915
Jupiter	5,202792	5,200980	5,201886
Saturn	9,540724	9,540070	9,540397

Bey den neuerdings zwischen Mars und Jupiter entdeckten 4 neuen Planeten, legen wir dagegen unverändert die neuesten Gaussischen Elemente; bey dem Uranus, weil bey diesem die Differenz zwischen den La Placeschen und Brissonschen Angaben, besonders bey denen der Eccentricitäten zu unverhältnißmäßig groß ist *) die gewöhnlichen, bey uns herrschenden Elemente zu Grunde. Hiernächst ist die mittlere Entfernung der:

Vesta **) 2,355135
Juno ***) 2,667153
Ceres †) 2,767405
Pallas ††) 2,768948 die des
Uranus 19,081800 was zugleich mit der Angabe der mittleren Entfernung bey Brisson übereintrifft.

---

*) Die Eccentricität des Uranus ist nach La Place 0,046683 der halben großen Axe seiner Bahn, nach der Angabe bey Brisson nur 0,00249 derselben.

**) III te Elemente.

***) VI te Elemente.

†) XI te Elemente.

††) X te Elemente.

Auf dieselbe Weise verfahren wir bey den Eccentricitätsverhältnissen, wo wir wiederum bey den 5 älteren Planeten ein Mittel zwischen jenen beyden verschiedenen Angaben wählen werden:

Verhältniß der Eccentricität zur halben großen Axe.

	Nach La Place und La Lande.	Nach der Angabe bey Brisson.	Mittel aus beyden.
Mercur	0,205513	0,205890	0,20570150
Venus	0,0068848	0,00698158	0,00693319
Erde	0,016814	0,016850	0,01683200
Mars	0,093088	0,0929979	0,09304290
Jupiter	0,0480767	0,0482178	0,04814727
Saturn	0,0562226	0,0570027	0,05661265

Bey den 4 zuletzt entdeckten Planeten beträgt die Eccentricität nach den angeführten Gaussischen Elementen, bey der:

Vesta	0,08550500
Juno	0,02549441
Ceres	0,07834860
Pallas	0,24501980

Bey Uranus ist die gewöhnliche Angabe der Eccentricität: 0,046683 wir werden aber in der nächstfolgenden Tabelle, aus Gründen, die wir später anführen werden, dieses Element einstweilen 0,04461378 setzen.

Da wir nun die Größe der Planetenhalbmesser nach Meilen bestimmen werden, ist es nöthig, demnächst auch das andre Element — die Entfernungen, in Meilen auszudrücken. Wir bleiben bey dieser Bestimmung der Entfernungen der bey uns gewöhnlichsten mittleren

Angabe der Sonnenparallare, aus welcher die mittlere Entfernung der Erde zu 24266,44 Erdhalbmessern, oder 20857008 Meilen folgt, getreu.

Entfernungen der Planeten nach deutschen Meilen, funfzehn auf einen Grad.

	Sonnennähe.	Mittlere Entfernung.	Sonnenferne.	Untersch. zwisch. Sonnennähe und Sonnenferne, oder doppelte Eccentricität.
Mercur	6412966,2	8073747,6	9734529	3321562,8
Venus	14981922,44	15086520,15	15191117,86	209195,42
Erde	20505943	20857008	21208073	702130
Mars	28822773,6	31779645,7	34736517,8	5913744,289
Vesta	44920988,4	49121087	53321185,6	8400197,2
Juno	41446601	55628847	69811093	28364492
Ceres	53197524	57719789	62242054	9044530
Pallas	43601598	57751975	71902352	28300754
Jupiter	103272002,05	108495777,55	113719553,05	10447551
Saturn	187719120	198984136	210249152	22530032
Uranus	380233449	397989255	415745061	35511612

2.

Wir suchen nun für jene Entfernungen einen natürlicheren Maasstab, den Halbmesser der Weltkörper selber. Es möge hierbey als allgemeines, für alle gültiges Maas, der Halbmesser des gemeinschaftlichen Centralkörpers — der Sonne aufgestellt werden, während wir zugleich bey jedem einzelnen Planeten, die Entfernungen nach eignen Halbmessern bestimmen wollen.

Wir begegnen hierbey einer nicht geringen Schwürigkeit. Es kann bey den Planeten blos der eigentliche feste Körper in Anschlag gebracht werden, dem gemäß sollte auch bey der Sonne blos der Halbmesser des festen Kerns genommen werden. Nun wird aber bekanntlich der eigentliche feste Körper der Sonne blos da, wo sich die ihn verhüllende leuchtende Atmosphäre öffnet — nach dem Aequator hin — gesehen, und was wir bey der Sonne messen, ist nicht der Umfang des festen Körpers allein, sondern zugleich die ihn bis zu einer nicht unbedeutenden Höhe umgebende leuchtende Lufthülle. Die Höhe der letzteren müßte demnach von dem Halbmesser, welcher aus den Messungen erhalten wird, abgezogen werden, erst dann werden wir jenen wahren Halbmesser, den wir hier suchen, erhalten. Alle Messungen müssen hier freylich, wie Schröter gezeigt hat, *) äußerst unsicher, und bedeutenden Irrthümern ausgesetzt seyn, da es ihnen an sicherem, bey ähnlichen Messungen unumgänglich nöthigem Schatten fehlt, doch wollen wir uns einstweilen an die hierüber vorhandnen Messungen des berühm-

*) In seinen älteren Beyträgen.

ten Herrschel halten. Es setzt dieser die Höhe der leuchtenden Atmosphäre der Sonne zwischen 1843 und 2765 englischen Meilen, oder da sich diese zu den deutschen Meilen verhalten, wie 826 zu 3811,6, zwischen 399,4 und 599,2 deutschen Meilen. Wir halten uns näher nach der einen äußersten Gränze als der Mitte, und bestimmen die Höhe der leuchtenden Lufthülle zu 570 Meilen, mithin, da wir wie gewöhnlich, den Halbmesser der Sonne 96946 Meilen setzen, den Halbmesser des eigentlichen festen Kerns, nach Abzug jener Höhe der Atmosphäre, zu 96376.*) Demnach sind jene Entfernungen in Sonnenhalbmessern:

	Sonnennähe.	Mittlere Entfernung.	Sonnenferne.
Mercur	66,5411	83,7734	101,0057
Venus	155,4528	156,5381	157,6234
Erde	212,7702	216,4128	220,0555
Mars	299,0658	329,7464	360,4270
Vesta	466,1013	509,6816	553,2620
Juno	430,0510	577,2063	724,36179
Ceres	551,9789	598,9020	645,8251
Pallas	452,4113	599,2360	746,0607
Jupiter	1071,553	1125,755	1179,957
Saturn	1947,778	2064,664	2181,550
Uranus	3945,312	4129,547	4313,783

*) In meiner schon oben angeführten Schrift habe ich die leuchtende Atmosphäre zu 536, mithin den Halbmesser des festen Sonnenkörpers, zu 96410 gesetzt, woher die Verschiedenheit der Zahlen entstanden ist.

3.

Wenn wir beyläufig die Entfernungen in diesem letzteren Maasstabe ausgedrückt, mit den Zahlen derselben Entfernungen, nach Halbmessern der jedesmaligen Planeten vergleichen, wird unsre Aufmerksamkeit zuerst durch einige Verhältnisse erregt, welche freylich nur ohngefähr und mit geringer Genauigkeit statt finden. Wir sehen nämlich, daß bey Venus, Erde und fast auch noch bey Mars, die Cubicwurzel der Entfernung in eignen Halbmessern doppelt so viel ist, als die Quadratwurzel derselben Entfernung nach Sonnenhalbmessern, oder daß zwischen beyderley Zahlen das Verhältniß von a^2 zu $2\,a^3$ sey. Während nämlich bey der Venus die Entfernung in Sonnenhalbmessern das Quadrat einer Zahl ist, welche nahe an 13 steht, ist dieselbe in Venushalbmessern ausgedrückt, der Würfel von 2 mal 13 oder 26; bey der Erde ist die erstere Zahl das Quadrat von fast 15 (14,711) während die Entfernung in Erdhalbmessern der Würfel von 29, oder dem Doppelten dieser Zahl ist. Dagegen ist schon bey Mars jene Zahl das Quadrat von etwas mehr als 18, während diese der Cubus von mehr als 2 mal 19 ist (39,79).

Auf eine ähnliche Weise, und mit nicht größerer Genauigkeit, finden wir bey Jupiter, Saturn und fast auch noch bey Uranus, die Cubicwurzel der Entfernung in Sonnenhalbmessern, gleich der Biquadratwurzel derselben Entfernung in Halbmessern des jedesmaligen Planeten, oder zwischen den Zahlen des Abstands nach beyderley Maasstäben, das Verhältniß von a^3 zu a^4. So ist bey Jupiter die mittlere Entfernung nach Sonnenhalbmessern, der Würfel von 10,4,

während wenigstens die Sonnenferne das Biquadrat dieser Zahl ist; bey Saturn ist 12,48 die Cubicwurzel der Sonnennähe nach Sonnenhalbmessern, während wenigstens die Sonnenferne nach eigenen, das Biquadrat dieser Zahl ist (genauer von 12,47). Dagegen ist bey Uranus die Cubicwurzel der Zahl des Abstandes nach der ersteren Weise ausgedrückt, nur wenig mehr als 16, während die Biquadratwurzel der andren Zahl fast 18 ist.

Von einer gewissen Seite bildet ein andres Verhältniß dieser Art, das bey dreyen der 4 zuletzt entdeckten Planeten statt findet, zu jenem das wir bey Jupiter, Saturn und Uranus fanden, den Uebergang. Wir erkennen nämlich vorzüglich bey Ceres, in der Sonnennähe nach Sonnenhalbmessern, fast die Quadratwurzel derselben Entfernung nach Cereshalbmessern (jene ist 551,97 diese das Quadrat von 550,1). Eine Annäherung an dieses Verhältniß wird auch bey Pallas bemerkt, während dasselbe bey Juno in einem Theil ihrer Bahn, der der mittleren Entfernung ziemlich nahe liegt, genau statt findet. Dieses Verhältniß a zu a^2 gleicht nämlich jenem von a^3 zu a^4 schon darin daß a in a^2 eben so viel mal enthalten ist als a^3 in a^4, nämlich a mal.

4.

So unbedeutend jene beyläufigen Verhältnisse für sich allein seyn würden, so wichtig und bedeutend werden uns dieselben in ihrer anderweitigen Anwendung. Es leuchtet von selber ein, daß sie auf dem Verhältniß der beyderseitigen Halbmesser beruhen. Wenn wir demnächst jenes erstere Verhältniß von a^2 zu $2a^3$,

das wir bey Venus, Erde und Mars statt finden sahen, auch für den ersten Planeten des ganzen Systems, für Mercur suchen, wo dasselbe zwar zwischen den Zahlen der Entfernungen nicht vorhanden ist; so finden wir zwischen dem Halbmesser des Mercurs und der Sonne das Verhältniß von 39,13582)^2 zu 78,27164)^3 wobey wir den Halbmesser des Mercur nahe an dem Resultat der Schröterschen Messungen, zu 307,8254 Meilen *) angenommen haben.

Wenn wir nun (einstweilen abgesehen von der Weise, wie der Halbmesser der Venus von Mercur aus bestimmt wird) 2 mal 78,27164 mit der Zahl der Sonnenferne der Venus nach Sonnenhalbmessern (157,62347) multipliciren, so erhalten wir 24674,89 was genau die Sonnenferne des nächstfolgenden Planeten (Erde) nach eignen Halbmessern ist. Oder anders ausgedrückt, wenn wir mit der erhaltnen Zahl 24674,89 die mithin das Verhältniß des Halbmessers der Erde zu ihrer weitesten Entfernung von der Sonne ausdrückt, in die Sonnenferne derselben nach Meilen dividiren, erhalten wir für ihren Halbmesser genau 859½ Meilen.

Multipliciren wir ferner 4 mal 78,27164 mit der Zahl der Sonnenferne der Erde nach Sonnenhalbmessern (mit 220,0555) so erhalten wir 68896,432, wel-

---

*) Die letzte Schrötersche Angabe ist das Mittel aus zwey sehr genauen Bestimmungen, davon die eine, die sich auf die Zeit des Durchgangs gründet, den Mercurhalbmesser nach Meilen zu 306,89 die andre auf Messungen gegründete, auf 301,83 setzt. (Mittel aus beyden 6,02 Secunden oder 304,36 Meilen.) Von der einen Gränze weicht unsre Annahme noch keine ganze Meile ab.

che Zahl, wenn wir damit in die weiteste Entfernung des nächstfolgenden Planeten Mars, nach Meilen dividiren, für den Halbmesser desselben 504,18473 Meilen giebt, während derselbe nach den vortreflichen Schröterschen Messungen 503 beträgt. *) Ferner wird aus der Zahl der Sonnenferne des Mars nach Sonnenhalbmessern (360,4270) multiplicrt mit 16 mal 78,27164, 451379,4 erhalten. Es fällt sogleich in die Augen, daß diese Zahl das Verhältniß des Halbmessers der Juno zu ihrer Sonnenferne ausdrückt; denn wenn wir damit in die weiteste Entfernung der Juno nach Meilen dividiren, finden wir ihren Halbmesser zu 154,6617 Meilen, während derselbe wirklich nach *Schröter* 154,5625 mithin nicht ganz $\frac{1}{10}$ Meile weniger beträgt. **)

Es bleibt uns nun noch ein Planet, allem Anschein nach noch von Mars aus zu bestimmen übrig, die zuletzt entdeckte Vesta. Dieser kleine Planet nimmt seine Stelle noch vor der Juno, zunächst an Mars ein. Da nun sonst überall der Halbmesser des nächstfolgenden Planeten aus der Sonnenferne des vorhergehenden bestimmt wird; so muß auch der der Vesta von Mars aus gefunden werden, und auf die Sonnenferne dieses Planeten muß sich deshalb, da wir schon die Verhältnißzahl des Junohalbmessers durch sie bestimmt sahen, das Größenverhältniß nicht blos eines, sondern zweyer nächstfolgenden Planeten gründen.

---

*) S. Lilienthalische Beobachtungen der neuentdeckten Planeten Ceres, Pallas und Juno.

**) Ebendaselbst.

Es sind nun, nach den vorgehenden Gliedern zu schließen, zwey Fälle möglich. Entweder die Zahl 78,27 wächst von Glied zu Glied in geometrischer Progression, (1 — 2 — 4 — 8 — 16,) und dann muß der zwischen Mars und Juno gelegenen Vesta die Zahl 8 mal 78 u. s. w. zukommen, oder jene Zahl wächst, wie 4 das Quadrat von 2, 16 das von 4 ist, in der Progression der Dimensionen, was freylich aus andren tiefer liegenden Gründen wahrscheinlicher wäre. Das erstere wurde von mir im 2ten Band m. Ahnd. vermuthet, und deshalb der Vestahalbmesser viel zu groß gefunden; das letztere findet wirklich statt. Da nämlich die 2te Potenz von 4 mal 78, sich schon in Juno darstellt, so bleibt für Vesta, obgleich diesem dem Mars näheren Planeten eigentlich die geringere Zahl zu gehören schiene, *) nur noch die 3te. Wirklich aber erhalten wir, wenn wir 64 mal 78,27164 mit 360,4270 (Sonnenferne des Mars) multipliciren: 1805518, und diese Zahl, wenn wir damit in die weiteste Entfernung der Vesta nach Meilen dividiren, giebt für den Halbmesser derselben 29,532 Meilen, was schon mit den ersten und einmaligen Schröterschen Messungen sehr nahe übereintrifft. Es fand derselbe nämlich in der bis jetzt einzig bekannt gemachten Messung vom 26sten April 1807, den Halbmesser dieses überaus kleinen Weltkörpers, nicht einmal ½ Secunde, sondern ohngefähr nur 0″,488 mithin bey der damaligen Entfernung der Vesta von der Erde, sehr nahe an unsrer Angabe.

Mit 64 mal 78,27 scheint der äußerste Gipfel jener bis zur Vesta zunehmenden Progression erreicht,

---

*) Hiervon werden wir die Gründe später sehen.

und wir sehen nun bey den gleich nach Juno folgenden Planeten Ceres und Pallas die Verhältnißzahlen der Halbmesser zu der weitesten Entfernung, außer Zusammenhang mit der Zahl 78,27. Doch wird uns auch hier das bey den früheren Gliedern gefundene Verhältniß treu bleiben, wie sich hernach zeigen wird. Ehe wir aber weiter gehen, blieb uns noch ein bisher übergangenes Glied übrig, die Bestimmung jener Verhältnißzahl des Halbmessers bey der Venus, aus der Sonnenferne des Mercur.

5.

Es muß uns dieses noch fehlende Glied vorzüglich in einer Hinsicht sehr wichtig seyn, indem uns dasselbe Aufschlüsse verspricht, die uns hernach auch zur Auffindung des ersten Gliedes jener wahrscheinlich *) von Ceres und Pallas an eintretenden zweyten Reihe, leiten können. Die Sonnenferne des Mercur nach Sonnenhalbmessern beträgt 101,0057. Wenn wir diese Zahl mit 101,0057 (mithin mit sich selber) + 78,27164 (179,2773) multipliciren, so erhalten wir 18108,03, und diese Zahl, wenn wir damit in die Sonnenferne der Venus nach Meilen dividiren, giebt den Halbmesser derselben zu 838,916 Meilen, was zwischen den Angaben zweyer berühmten Astronomen — Schröters und Bodes — davon jener den Venushalbmesser zu 834 dieser zu 844 Meilen setzt, fast mitten innen, und nur wenig näher nach der Schröterschen Angabe steht. **) Jene Zahl 179,27 scheint, wie wir sie auch

*) Schon nach §. 3.

**) Da jedoch, wie man §. 24. sehen wird, sehr wahrscheinlich auch die Zahl 78,27, die eigentlich aus 84 entstan-

hier darstellen, 1 mal 78,27 verbunden mit der Zahl der Sonnenferne selber zu seyn, wiewohl sich ihre Entstehung auch noch anderwärts herleiten ließe. Es ist nämlich die weiteste Entfernung des Mercur nach eignen Halbmessern (31623,5) das Quadrat von fast 178 (177,83) mithin eine Annäherung an die wirklich vorkommende 101 + 78. Jedoch würde mit 177,8 der Halbmesser der Venus selbst noch über die Bodesche Angabe etwas hinausfallen, und wir müssen auch aus andren Gründen, die wir bey der Pallas finden werden, jene Quadratwurzel der Verhältnißzahl des Mercurhalbmessers, für eine bloße Annäherung an die auf andren Gründen beruhende wirklich vorwaltende Zahl halten.

Denn so ist es nicht ohne tiefe Bedeutung, daß bey den Monden, und vorzüglich bey den Jupitermonden, die Verhältnißzahl des nächstfolgenden aus der Jupiterferne des vorigen nach Jupiterhalbmessern (die ganz natürlich hier das sind, was in unsrem Verhältniß die Sonnenhalbmesser) so erhalten wird, daß diese Zahl der Jupiterhalbmesser mit sich selber multiplicirt wird, (eben so wie bey Mercur 101 mit sich selber) wozu dann noch eine andre, sich bey mehreren Gliedern gleichbleibende Zahl tritt (eben so wie dort 78). Der

---

den ist, Anfangs diesem Ursprung näher steht, (wie die aus 63 entstandne 58½ die wir später anderwärts finden werden, Anfangs als 61,1 ja als 62 erscheint) so würde es vielleicht der Wahrheit noch angemessener seyn, wenn wir nach den Schröterschen Messungen den Halbmesser der Venus zu 834 Meilen beybehielten. Dann ist das Verhältniß desselben zur weitesten Entfernung wie 1 zu 18214,2, in welcher Zahl das später blos noch als 78,27 auftretende andre Element, noch als 79,329 erscheint.

einzige Unterschied, welcher sich hierbey findet, ist, daß bey jenen Monden das Quadrat des Apojovii mit jener andern Zahl, welche hier 4 ist, multiplicirt wird (die Verhältnißzahl des Halbmessers eines nächstfolgenden Jupitermondes zu seiner Entfernung von dem Centralkörper ist fast genau das Quadrat des Apojovii des vorhergehenden, 4 mal genommen). Dagegen wird in unsrem bey Mercur erwähnten Falle nicht das Quadrat von 101, sondern die einfache Zahl selber mit 78 multiplicirt, und alsdann dem Quadrat von 101 hinzugefügt, und während bey den Monden in der Verhältnißzahl des nächstfolgenden Gliedes vorzüglich nur das Quadrat jener erwähnten Zahl vorherrscht, und die *andre Zahl (4) dieser nur untergeordnet* erscheint, tritt hier schon die für die ganze eine Hälfte des Planetensystems charakteristische 78,27 selbstständig, in unmittelbare Verbindung mit der Zahl der Sonnenferne selber.

So erscheint der zunächst an der Sonne stehende Planet in einiger Hinsicht noch mit halbem Mondcharakter, und die hier am kräftigsten wirkende Schwere des Centralkörpers strebt etwas Aehnliches zu bewirken, wie die der Hauptplaneten an den Monden. Doch erwacht auch zugleich der eigenthümliche Charakter der Planeten in der ihnen, wie wir sahen, bis zur Vesta eigenthümlichen Zahl 78. Durch diese tritt Mercur wirklich als das erste Glied in jene Reihe, die mit Vesta endet, und es steigt dieselbe von 1 mal 78 bis 64 mal 78.

6.

Von Ceres und Pallas an scheinen uns, wie schon erwähnt, alle Spuren jenes Verhältnisses, das sich

durch 5 Glieder so treu geblieben, zu verlassen, und wir sehen uns auf einmal wieder völlig im Dunklen. Entweder war aber auch jenes ersterwähnte Verhältniß ein bloßes Spiel des Zufalls, oder auf eine völlig analoge Weise, muß ein solches Verhältniß bis zum Uranus fortgehen.

Wir nehmen hierbey unsre Zuflucht wieder zu jenen erst erwähnten ohngefähren Verhältnissen, denen wir schon das Auffinden der ersten Reihe *) verdankten. Man wird sich erinnern, daß, eben so wie sich bey den 3 der Sonne näheren Planeten, die Zahlen des Abstands nach Sonnen- und eignen Halbmessern verhielten wie a^2 zu $2\,a^3$, diese bey den 3 letzten Planeten in das Verhältniß von a^3 zu a^4 traten. (nach §. 3.) Die für die ganze erste Reihe charakteristische Zahl 78,27 wurde dadurch gefunden, daß wir das Verhältniß a^2 zu $2\,a^3$ zwischen dem Halbmesser des ersten Gliedes der Reihe, des Mercur, und dem der Sonne aufsuchten; auf dieselbe Weise müßte hier das Verhältniß a^3 zu a^4 zwischen dem Halbmesser des ersten Gliedes einer wahrscheinlich nun beginnenden zweyten Reihe, und dem der Sonne gesucht werden. Wir haben aber, da a^3 in a^4 eben so wie a in a^2 a mal enthalten ist, und a nichts anders ausdrückt, als wie oft der Halbmesser des Planeten in dem der Sonne enthalten ist, hierbey blos nöthig mit dem Halbmesser des ersten Gliedes dieser wahrscheinlichen zwey-

*) Reihe oder Progression, weil von Planeten zu Planeten ein bestimmtes Fortschreiten gewisser Zahlenverhältnisse statt findet. In diesem Sinne wird uns selbst die ernsteste Mathematik jenen Ausdruck vergönnen.

ten Reihe in den der Sonne zu dividiren, und die gefundene Zahl wird die seyn, die wir suchten.

Allein es wäre dann zuerst noch ein wesentlicher Umstand zu berücksichtigen. Es wurden von Mars aus die Größen zweyer Glieder bestimmt. Hat kein zufälliger Irrthum uns getäuscht, so muß die Größe des nächstfolgenden Hauptkörpers jener vorausgesetzten zweyten Reihe (des Jupiter) aller Analogie zu Folge auch nicht von einem sondern von zwey vorhergehenden Gliedern bestimmt werden, und es müssen sich nach der einen Seite hin auf den Jupiter eben so 2 vorausgehende der Sonne nähere Planeten beziehen, *als nach der andern hin auf* den Mars 2 folgende entferntere. Wir müssen deshalb das Verhältniß des Halbmessers zu dem der Sonne bey 2 Gliedern suchen, und aus den gefundenen Zahlen das Mittel wählen.

Jene 2 Planeten, welche ihrerseits sich auf den Jupiter beziehen müssen, könnten, so weit unsre jetzigen Entdeckungen reichen, keine andren seyn, als Ceres und Pallas, die ihre Stelle zwischen Juno und Jupiter einnehmen. Der Halbmesser der Ceres, wenn wir ihn nach Schröters Messungen zu 176 Meilen annehmen, ist in dem der Sonne 547,59 der der Pallas, nach Schröter 227½ Meile, 423,63 mal enthalten. Das Mittel aus beyden ist 485,6.

Wirklich aber ist die Zahl der Sonnenferne in Sonnenhalbmessern bey der Juno, von welcher aus, als dem nächstvorhergehenden Glied, die Größe der Ceres bestimmt werden müßte, in der Verhältnißzahl des Halbmessers der letzteren (genau 176 Meilen ange=

nommen) zu ihrer Sonnenferne (724,36179 in 353648) 488,2201 mal enthalten, und eben so ist die Sonnenferne der Ceres, als des nächstvorhergehenden Gliedes, in der Verhältnißzahl des Pallashalbmessers ($227\frac{1}{2}$ Meile angenommen) zu ihrer weitesten Entfernung (645,8251 in 315992) 489,38058 mal enthalten. Das Mittel aus 489,3805 und 488,2201 ist 488,8003, welche Zahl, wenn wir sie als die eigentlich statt findende annehmen, mit 724,3618 multiplicirt, jene Verhältnißzahl bey der Ceres zu 354068,28 bey Pallas zu 315679,58 giebt, wodurch wir, wenn wir damit in die Sonnenfernen derselben nach Meilen dividiren, den Cereshalbmesser zu 175,79 den Pallashalbmesser zu 227,77 Meilen, mithin jenen nur $\frac{1}{5}$ Meile kleiner, diesen $\frac{1}{5}$ Meile größer erhalten, als sie die sorgfältigen Schröterschen Messungen gesetzt haben.*)

7.

Es erregt von neuem unsre Aufmerksamkeit, daß die Zahl 488, oder wenn wir lieber jener aus den Halbmessern erhaltenen folgen wollen, 486 (von dem Unterschied beyder später mehr) durch 2 Glieder hindurch dieselbe bleibt, ohne wie doch in der ganzen ersten Progression geschahe, zu steigen. Wir müssen uns, wenn wir weiter schließen, allmälig auf das Eintreten der 2ten Progression, (Reihe) und auf den Uebergang der ersten in sie vorbereitet finden. Es pflegen in der ganzen Natur die Kräfte nur zu steigen

---

*) Genau genommen, ist bey Pallas fast gar keine Differenz mit den Messungen. Denn der scheinbare Durchmesser von 4'',504 giebt für den Halbmesser genau 227,71 was von der Theorie nur $\frac{1}{17}$ Meile abweicht.

oder zu sinken, und so bald sie nicht mehr steigen, sehen wir sie ihrem Versinken, ihrer Auflösung nahen.

Aber welche Vermuthungen auch durch die Weise, wie bey den beyden zuletzt betrachteten Gliedern die Größen bestimmt wurden, in uns erwachten, so scheint Anfangs doch keine vermögend uns die Weise, wie der Halbmesser des nächstfolgenden Planeten, Jupiter, von Ceres und Pallas aus bestimmt wird, aufzuschließen. Denn wenn wir auch, wie aus dem Vorhergehenden nothwendig folgte, ein Mittel aus den Sonnenfernen beyder suchen (dieses würde aus 645,8251 und 746,0607 = 695,9429 seyn) eben so wie wir, von dem zwischen Mars und den beyden auf ihn folgenden Planeten beobachteten Verhältniß geleitet, auch auf der andern Seite aus den Größen jener beyden zunächst vor Jupiter stehenden Planeten die mittlere Zahl 488 fanden; so steht doch dem Anscheine nach jene Mittelzahl beyder Sonnenfernen mit dem Verhältniß des Jupiterhalbmessers, zu der weitesten Entfernung dieses Planeten, in keiner solchen Beziehung, wie aus Allem, was uns 8 vorhergehende Glieder gelehrt haben, zu folgen schiene. Wir sind genöthigt, jenes bey allen vorhergehenden Gliedern beobachtete Verhältniß, als blinden Zufall aufzugeben, oder dieses muß auf irgend eine andre Weise auch zwischen Jupiter und seinen beyden Vorgängern nachgewiesen werden können.

In solcher Ungewißheit befragen wir wieder, wie vorhin, den Anfang der ersten Progression. Ihm ähnlich in Allem wird auch der der 2ten seyn müssen.

Was in der ersten Reihe Mercur ist, sind in der zweyten die in allen Verhältnissen (wie in ihrer Ent-

fernung) enge verbundenen beyden Planeten Ceres und Pallas; was in der ersten Venus, ist in der zweyten Jupiter. Es muß mithin auf eine analoge Weise wie Venus von Mercur aus; so Jupiter, in Hinsicht seiner Größe, von Pallas und Ceres aus bestimmt werden können. Nun sehen wir, daß bey Mercur, wenn wir das Verhältniß des Halbmessers der Venus zu ihrer Sonnenferne finden wollten, die Zahl der Sonnenferne (101) mit sich selber multiplicirt werden mußte, daß mithin die Sonnenferne dieses ersten Gliedes der ersten Reihe hierbey selbstständiger und freyer auftrat, als sonst irgendwo; wir müssen mithin vermuthen, daß auch zur Bestimmung des Jupiterhalbmessers, die Zahl der Sonnenferne des vorhergehenden Doppelgliedes, selbstständiger und mehr für sich allein wirken werde als bey den übrigen Gliedern. Ferner wurde, wenn wir den Halbmesser der Venus von Mercur aus herleiteten, zu dem Quadrat von 101 eine aus einmal 78 und 101 erhaltene Summe hinzuaddirt; vermuthlich wird deshalb auch 488 sich auf eine ähnliche Weise bey Jupiter thätig zeigen. Wenn aber unsre oben geäußerte Vermuthung, über jenen sonst nur in dem sehr untergeordneten Gebiet der Monde statt findenden Fall, den wir auch bey Mercur beobachteten, wo nämlich das Quadrat der Sonnenferne des einen Gliedes zur Größenbestimmung des andren hauptsächlich beytrug, sich wirklich auf etwas wahres gründete; wenn dieser halbe, untergeordnete Mondcharakter des Mercur, wirklich von einer mächtiger als bey jedem andren Gliede wirkenden Centralkraft der ihm näher als allen stehenden Sonne herrührte; so dürften wir freylich am Anfange der 2ten Progression, deren erste Glieder schon weiter von der Sonne entfernt, und mithin einer geringeren Schwere ausgesetzt sind, als

selbst die letzten Glieder der ersten Reihe, jene Eigenschaft der Monde, und der zunächst an der Sonne stehenden, der Schwere am meisten untergeordneten Planeten, nicht wieder zu finden hoffen; vielmehr würde eine mehr als 50 mal verringerte Anziehung des Centralkörpers, den übrigens für beyde ähnlichen Fall etwas verändern.

Einige Elemente mit ihren vermuthlichen Eigenschaften sind uns jetzt zu der gesuchten Verhältnißzahl gegeben, noch mangelt jedoch die Kenntniß der Vermischung jener Elemente. —

Die Natur kann sich bey solchen Progressionen, wo sich ein Glied so nothwendig auf das nächstvorhergehende und nächstkünftige bezieht, keinen Sprung erlauben, und wenn die in der ersten Reihe charakteristische Zahl 78 in den letzten Gliedern auf ihren 64 und 16 fachen Werth gestiegen war, so kann in den zunächst angränzenden Gliedern, die noch unbekannte charakteristische Zahl, nicht auf einmal auf den einmaligen Werth heruntergesunken seyn. Wenn wir um die oft erwähnte Verhältnißzahl bey der Erde zu finden, die Sonnenferne der Venus (157,623) mit 156,543, um die des Mars zu finden, die Sonnenferne der Erde (220,05) mit 313,086, um die der Juno und Vesta zu bestimmen, die des Mars (360,427) mit 1252,344 und mit 5009,385 multipliciren mußten, so erkannten wir in der ersten 2 mal, in der 2ten 4 mal, in der 3ten und 4ten 16 und 64 mal 78,27164. Jene Zahlen sämmtlich waren mithin zusammengesetzte. Es ist deshalb zu vermuthen, daß auch die Zahl 488,8 zusammengesetzt sey.

Es erhellt aber aus einem andren Verhältniß, das zwischen den Rotationsperioden und Eccentricitäten der verschiedenen Planeten statt findet, (m. s. §. 13 bis 21) daß, während in der ganzen ersten Reihe bis zur Juno die Zahl 39,135 und die doppelt so große 78,27 herrschen, von Ceres und Pallas an statt ihrer die Zahlen 60 oder 59 und ihre Hälfte 30 oder 29 eintreten. Ich will mich vorläufig hierauf berufen.

Wie in jenem gleich Anfangs erwähntem Verhältniß die Zahl 78 oder 2a dem Halbmesser des (größeren) Centralkörpers — der Sonne, ihre Hälfte 39 oder a dem kleineren Halbmesser des Planeten entspricht, so bezieht sich auch hier, wie anderwärts erhellen wird, die Zahl 60 auf die Sonne, ihre Hälfte — 30 auf den Planeten.

Aus jenen Zahlen ist nun auch offenbar 488,8 zusammengesetzt, sey es nun, daß wir sie als 8 mal 61,1 oder als 16 mal 30,5 betrachten wollen. Denn wenn wir, wie die Größenverhältnisse der Ceres und Pallas erhalten werden, wenn man die Sonnenferne des nächstvorhergehenden Gliedes mit 8 mal 61, oder was vielleicht der richtigere Ausdruck ist, mit 16 mal 30,5 multiplicirt, jetzt das Mittel beyder Sonnenfernen (695,9429) 16 mal, oder die Summe beyder Sonnenfernen (645,8 + 746,06 = 1391,88) 8 mal nehmen, so erhalten wir auf beyde Weisen 11135,0864. Wenn wir alsdann wiederum 8 mal 61 oder 16 mal 30,5 (488,8) hinzu addiren, erhalten wir 11623,8867, was genau die Zahl ist, wie oft der Halbmesser des nächstfolgenden Gliedes (Jupiter) in seinem weitesten Abstand von der Sonne enthalten ist. Denn wenn wir mit jener Zahl in die Son=

nenferne des Jupiter nach Meilen dividiren, erhalten wir seinen Halbmesser zu 9783,267 Meilen, was von den Schröterschen Messungen, an welche sich die deutschen Astronomen sämmtlich halten, *) nur ¼ Meile abweicht.

Wir sind hier, bey dem Anfang der 2ten Reihe, dem völlig analog verfahren, was uns der der ersten gelehrt hatte. Während die erste Reihe von unten, aus einem fast Mondenähnlichen Zustand, gleichsam mit einem noch unentwickelten Planetarischen Charakter beginnt, entspringt der Anfang der 2ten schon aus dem höchsten Gipfel der ersten. Während dort die charakteristische Zahl in ihrem einfachen Werth erscheint, tritt sie hier, *einen allmäligen Uebergang* von dem Ende der ersten zum Anfang der 2ten Progression bildend, gleich mit einem mehrfachen Werthe auf. Während dort, wie bey den Monden, die Sonnenferne des ersten Gliedes mit sich selber multiplicirt wird, müßte sie hier einfach auftreten, wenn nicht derselbe Grund, welcher die Zahl 61,1 gleich aufs Achtfache gesteigert erscheinen läßt: die Nähe des Gipfels einer vorhergehenden Reihe, sie in demselben Maaße vermehrte. Endlich so wird, während dort die hernach von Glied zu Glied steigende, und durch die ganze Progression sich treu bleibende Zahl 78,27, mit 101 multiplicirt werden mußte, die Zahl 488, die, wie wir sehen werden, blos aus dem Einfluß der nahen ersten Reihe entstanden, hier zum letzten Male auftritt, blos gleichsam mechanisch hinzugefügt. **)

---

*) Die ältern Messungen, denen die französischen Astronomen folgen, setzen seinen Halbmesser 10 Meilen größer.

**) Noch eine Analogie des ersten Doppelgliedes der zweyten Reihe, mit dem ersten Glied der ersten, kann hier nicht

Obgleich 488,8 wie schon erwähnt, auch als 8 mal 61 betrachtet werden könnte, so wie 11135 als 8 mal die Summe beyder Sonnenfernen, so könnte es doch in einiger Hinsicht der oben gewählten Weise, die uns das Mittel aus dem Verhältniß der beyden Halbmesser zu dem der Sonne wählen ließ, angemessener scheinen, wenn wir sie als 16 mal 30,5 betrachteten. Alsdann aber zeigte sich hierinn, gleich bey ihrem Beginnen, die zweyte Progression ungemein bedeutend von der ersten verschieden. In dieser herrschte die Zahl 78 oder 2a, die wie erwähnt, dem Sonnenhalbmesser entsprach, in jener tritt dagegen die Zahl a (als 30,5) auf, die dem Planetenhalbmesser entspricht; so daß dort die charakteristische Zahl von der Sonne, hier von den Planeten aus erhalten würde.

8.

Wenigstens wird dieser Charakter der zweyten Progression in dem Verhältniß der nun folgenden Glieder deutlich. Die Zahl 488 war schon von Juno zu Ceres, von Ceres zu Pallas sich gleich geblieben. Bey der Bestimmung der Größe des Jupiter durch die beyden letztern, war sie vollends müßig, blos durch die einfache Addition hinzugetreten. Wir müssen sie nun wahrscheinlich in den nächstfolgenden Gliedern ganz

---

ganz übergangen werden. Wir erhielten bey Mercur als Quadratwurzel seiner Sonnenferne in eignen Halbmessern, die zur Bestimmung des Venushalbmessers sehr wichtige Zahl 178, und nach §. 13 und 24 auch aus der mittlern Entfernung die Zahl 78. Bey Pallas wird als Quadratwurzel der mittlern Entfernung nach eignen Halbmessern die Zahl 503,54 erhalten, oder 8 mal 62,942 wo eben so wie in der ersten die Zahl 78 (nach §. 24) die bald darauf erscheinende 61 noch ihrem Ursprung — 63 — näher steht.

verschwinden sehen, *) und wie diese Zahl, den Uebergang von der einen Reihe zur andren bildend, mehr noch den Charakter der nahen ersten Progression trägt; so tritt nun der der zweyten deutlicher entwickelt auf.

Wir nehmen, indem wir unsre 2te Reihe weiter führen, wieder zu dem gleich Anfangs an ihr bemerktem beyläufigen Verhältniß von a^3 zu a^4 unsre Zuflucht. Wie schon an dem Beginnen dieser Reihe die Zahl 488 als 16 mal 30 von der Seite der Planeten aus gegeben wurde, so ist es vielleicht Grundcharakter der ganzen zweyten Progression, daß die Zahlen nicht von der Sonne aus, sondern von den Planeten erhalten werden. Die Sonne ist nur eine, der Planeten viele; jene Zahl müßte für jedes Glied eine eigenthümliche andere seyn.

Nach jenem Verhältniß a^3 zu a^4, ist die Biquadratwurzel der mittleren Entfernung des Jupiter nach eignen Halbmessern, 10,262056. Da der Zahl der Glieder nach, Saturn in der zweyten Reihe der Erde in der ersten entspricht, (das 3te Glied ist) wollen wir, wie wir, um den Halbmesser der Erde zu finden, 2 mal 78,27 nehmen mußten, auch hier 2 mal 10,262056 nehmen. **) Wir multipliciren damit wie gewöhnlich

---

*) Doch ist es sehr merkwürdig, daß man genau die Verhältnißzahl des Saturnhalbmessers zu der Sonnenferne dieses Planeten erhält, wenn man jene Verhältnißzahl beym Jupiter (11623) 2 mal nimmt und dann 2 mal 485 hinzufügt.

**) Wenn die Stufe des nächstvorhergehenden Doppelgliedes 8, und 488/8 = 8 mal 61,1 war, so ist nun 2 wieder

die Sonnenferne des Jupiter nach Sonnenhalbmessern (1179,957 mit 20,524112) und erhalten fast genau die Verhältnißzahl des Saturnshalbmessers zum weitesten Abstand dieses Planeten — 24217,4576. Denn wenn wir mit dieser Zahl in die Sonnenferne des Saturn nach Meilen dividiren, wird der Halbmesser desselben zu 8681,718 Meilen, mithin nur $\frac{7}{10}$ Meilen größer, als ihn die gewöhnlichen Angaben setzen, gefunden.

9.

Wir haben uns nicht getäuscht. Denn wenn wir, die Wahrheit unsres zuletzt gewählten Verfahrens prüfend, auch aus der mittleren Entfernung des Saturn nach eignen Halbmessern die Biquadratwurzel suchen, (diese ist 12,304196) und diese — ganz analog der ersten Reihe, nun viermal genommen mit der Sonnenferne desselben nach Sonnenhalbmessern (49,216784 mit 2181,5506) multipliciren, erhalten wir 107368,885 für die Verhältnißzahl des nächstfolgenden Gliedes — Uranus, zu seiner weitesten Entfernung. Wenn wir den Halbmesser dieses Planeten mit den französischen Astronomen *) zu 3867 Meilen setzen, und uns ganz an die gewöhnlichen Angaben seiner mittlern Entfernung und Eccentricität halten, so finden wir jene Verhältnißzahl 107724. Wenn wir aber aus andern Gründen, welche bey dem Verhältniß der Eccentricitäten angeführt werden sollen, die Eccen-

---

die Cubicwurzel von 8, eben so wie 4 bey Mars die Cubicwurzel der in dem nächsten Glied erreichten 64 war. Auch hierin wären sich dann die angränzenden Enden beyder Progressionen verwandt.

*) S. bey Brisson.

tricität dieses Planeten, von der man längst erwähnt hat, daß sie noch einiger Correction bedürfen werde, nur um 0,0002069 kleiner setzen, als nach De Lambre und La Place *) nämlich zu 0,044613783 und alsdann mit jener von Saturn aus erhaltenen Summe in die weiteste Entfernung des Uranus nach Meilen dividiren, so finden wir seinen Halbmesser zu 3872,118 Meilen, mithin nur 5 von jener Angabe verschieden.

Nun setzen zwar die deutschen Astronomen bekanntlich den Halbmesser des Uranus zum Theil viel geringer, aber es sind auch uns viele Möglichkeiten, besonders gerade für den Halbmesser des Uranus übrig, um ihn bedeutend zu verkleinern. So läßt z. B. eine sehr geringe Veränderung der von uns gewählten Sonnenparallaxe und mittlern Entfernung der Erde, eine sehr geringe Verminderung des Halbmessers des festen Sonnenkörpers, den Halbmesser des Uranus, weil bey diesem entferntesten Planeten diese Differenzen am meisten anwachsen, ganz so finden, wie ihn die deutschen Messungen gaben, zugleich bleiben hierbey die Größenbestimmungen für die übrigen Planeten bis in die Gegend des Jupiter oder Saturn bis auf unbedeutende Brüche einer Meile, völlig unverändert. Was auch sonst noch für Mittel übrig blieben, um die Bestimmung des Uranushalbmessers genau den deutschen Messungen anzufügen; so würde diese Mühe doch vor der Hand ganz vergebens seyn, da sich vielleicht in kurzem, bey einer neuen Berechnung der Uranusbahn, jene bis jetzt noch geringen Schwierigkei-

*) Wir haben gesehen, daß die beyden Angaben, denen wir folgten, öfters viel bedeutender differirten, nämlich bey Mercur um 0,00037 bey Saturn um 0,00078 ja bey Uranus selber um 0,044189 .....

ten, entweder vergrößern oder ganz verliehren können, und da wohl auch Messungen des Saturn, wie die Schröterschen, uns noch belehren müssen, ob vielleicht (was freylich sehr unwahrscheinlich ist) auch die Cubicwurzel der mittleren Entfernungen des Jupiter und des Saturn nach Sonnenhalbmessern, bey Bestimmung des nächsten Gliedes in Anschlag gebracht werden müssen, *) was freylich auch den Halbmesser des Saturn etwas kleiner geben würde. (Auf der andern Seite wird dieser auch um 3 Meilen größer, wenn wir ganz der La Placeschen Angabe der Eccentricität folgen.

10.

So haben wir in den aufgestellten Größenverhältnissen deutlich zwey Reihen oder Progressionen gesehen, die beyde einen sehr verschiedenen Charakter zeigten. Wir werden beyde Reihen mit ihrer eigenthümlichen Verschiedenheit hernach auch in andern Verhältnissen wieder finden, hier mögen uns nur noch einige vorläufige Bemerkungen über dieselben erlaubt seyn.

In der ersten Progression wurde die charakteristische Zahl aus dem Verhältniß des Sonnenhalbmessers zu dem ersten Glied gefunden, und diese Zahl blieb sich durch 6 Glieder unverändert gleich, wie auch der Centralkörper für alle derselbe ist. In der 2ten Reihe dagegen, welche überhaupt die größten, zugleich aber auch die entferntesten, (der Schwere gegen den Centralkörper in dem mindesten Grade ausgesetzten) Planeten unsers Systems enthält, wurde, wie es schien, gleich Anfangs die charakteristische Zahl (30) dem Ver-

*) Dann würde der Halbmesser des Uranus, selbst wenn wir die von uns aufgestellte Angabe der Entfernungen unverändert ließen, um fast 70 Meilen kleiner.

hältniß der Planetenhalbmesser zur Sonne hergenommen, und wie die Planeten selber immer von Glied zu Glied wieder andre sind, so blieb auch nun die charakteristische Zahl nicht mehr wie in der ersten Reihe beständig, sondern sie wurde von Glied zu Glied eine andre. Wir mußten nämlich in der zweyten Progression bey jedem einzelnen Hauptglied die Zahl nach dem Anfangs bemerkten Verhältniß a^3 zu a^4 aufsuchen, und da dieses Verhältniß eben so wie das von a^2 zu $2\ a^3$ nicht der Sonnenferne allein, sondern allen verschiedenen Abständen zugleich angehört, so mußte jene Zahl aus der mittlern Entfernung gesucht werden. *) Wir haben hierbey vor der Hand nur noch auf die *mittlere Entfernung nach Planetenradien* Rücksicht genommen.

Höchst merkwürdig erschien in unsrem Verhältniß jener Punkt des Planetensystems, wo beyde Progressionen zusammentrafen. Es fällt dieser in die 4 zuletzt entdeckten kleinsten Planeten, und wir haben an ihm Verschiedenes beobachtet, was sonst ohne Beyspiel ist. Man könnte sagen, daß sich hier die Charaktere der beyden Progressionen vermischen, und daß die letzten Glieder der ersten Reihe (dieses wird besonders aus den Eccentricitätsverhältnissen erhellen) schon etwas von dem Charakter der zweyten annehmen, während die beyden ersten Glieder der zweyten Reihe noch

*) Daher war auch schon bey Pallas die oben (in der Note) erwähnte Zahl 503/5 die eben so eine Annäherung an 488 schien als die Zahl 177/8 bey Mercur an 179, die Quadratwurzel der mittlern Entfernung nach Planetenhalbmessern, während bey Mercur die ihr ganz analoge Zahl 177/8 die Quadratwurzel der Sonnenferne war.

etwas von dem der ersten an sich tragen. Hierhin gehört die eigentliche Herleitung der zusammengesetzten Zahl 488, aus 16 mal 30,5, oder was noch deutlicher ist, die unverändert selbst noch in die Bestimmung des Jupiterhalbmessers eingehende Zahl 16, (oder auch 8) die der Anfang der zweyten Progression noch von dem zunächst angränzenden letzten Glied (der Entfernung nach) der ersten Reihe, von der Juno, mit herüber genommen hat. Durch die Angränzung der zweyten Progression ist auch, wie sich deutlich beweisen ließe, die merkwürdige Ausnahme entstanden, welche das mehr gesteigerte Glied Vesta (als 64) der Entfernung nach noch vor dem tiefer stehenden, (der Juno, als 16) eintreten läßt, doch wird es zu Bemerkungen dieser Art noch dann Zeit seyn, wenn dieser noch immer in unsrem Verhältniß sehr problematische Planet, durch die weiteren Untersuchungen der Astronomen noch mehr bestimmt seyn wird.

II.

Wir haben nun, nachdem die Größen bestimmt sind, zur leichteren Uebersicht nur noch die verschiedenen Abstände der Planeten nach eignen Halbmessern, und den Werth der letztern nach Meilen hinzuzufügen.

Entfernungen der Planeten nach eignen Halbmessern.

Nahmen.	Halbmesser nach Meilen.	Sonnennähe.	Mittlere Entfernung.	Sonnenferne.	Unterschied zwischen Sonnennähe u. Sonnenferne oder doppelte Eccentricität.
Mercur	307,8254	20833,1	26228,3	31623,5	10790,41
Venus	838,916	17858,67	17983,35	18108,03	249,364
Erde	859,5	23857,99	24266,44	24674,89	816,905
Mars	504,1847	57167,1	63031,76	68896,432	11729,3
Vesta	29,532	1521077	1663297	1805518	284441
Juno	154,6617	267982,37	359680,8	451379,4	183397,04
Ceres	175,79105	302617,8	328343,1	354068,285	51450,443
Pallas	227,77008	191428,1	253553,8	315679,58	124251,42
Jupiter	9783,267	10555,98	11089,93	11623,8867	1067,90
Saturn	8681,718	21622,345	22919,90	24217,4576	2595,112
Uranus	3872,118	98197,777	102783,327	107368,885	9171, 1075

12.

Es sind uns nun nur noch einige beyläufige Bemerkungen über ein ähnliches Verhältniß bey den Monden, und zwar ausschließend bey den Jupitermonden übrig, obgleich jenes Verhältniß, das sich bey den Saturnusmonden findet (wenn man die Schröterschen Messungen zu Grunde legt) nicht minder merkwürdig, und zu vielen Aufschlüssen führend erscheint. *)

Zwar findet sich bey den Monden die große Schwürigkeit, daß, während in unsrem Verhältniß jedesmal die weiteste Entfernung eines Gliedes von dem Centralkörper, in Halbmessern des letzteren zur Bestimmung des nächstfolgenden genommen werden muß, in diesem Falle nur die mittlern Entfernungen hinlänglich genau bekannt sind; doch thut dies gerade bey den Jupitermonden, wo die Eccentricitäten nicht sehr bedeutend sind, besonders wenn wir uns an die gewöhnliche, etwas größere Angabe der Entfernungen halten, wenig Eintrag. Nach dieser bekannten Angabe betragen die Entfernungen der Jupitermonde von ihrem Hauptplaneten:

	In Jupiterhalbmessern.	In Meilen.
I.	5,965	58357,1
II.	9,494	92882,3
III.	15,141	148128,4
IV.	26,630	260528,3

*) Besonders modificirt daselbst das Daseyn des Ringes jenes Verhältniß auf eine äußerst merkwürdige Weise.

Wir wollen diesmal, um uns vielleicht deutlicher zu machen, gleich mit dem zweyten Glied anfangen, und das erste bis zuletzt lassen.

Es ist das Quadrat von $9,_{494} = 90,_{136}$ und dieses 4 mal genommen, giebt $360,_{544}$ für die Verhältnißzahl des Halbmessers des nächstfolgenden 3ten Mondes zu seiner Entfernung. Es verhält sich aber, wenn wir den Halbmesser des 3ten Mondes mit Schröter zu 409 Meilen setzen, dieser zu seiner Entfernung wie 1 zu 362, oder, weil hier bey dem sehr geringen Werth der Verhältnißzahlen, ein sehr geringer Unterschied derselben den Werth des Halbmessers gleich sehr verändern kann, giebt die aus unsrem Verhältniß gefundne Zahl $360,_{54}$ den Halbmesser des 3ten Mondes zu $410,_{84}$ Meilen, mithin fast 2 Meilen größer als die Schröterschen Messungen. Dieses Verhältniß bestätigt sich dann auch bey dem 3ten Glied. Es ist nämlich das Quadrat der Entfernung des 3ten Mondes in Jupiterhalbmessern $(15,_{141}{}^2 = 229,_{25})$ 4 mal genommen, 917, und diese Zahl, wenn wir damit in die Entfernung des 4ten nach Meilen dividiren, giebt den Halbmesser desselben zu $284,_{11}$ Meilen, während dieser nach Schröter 285, mithin keine ganze Meile größer ist. Unterschiede der Theorie und der Messungen, die bey der Schwürigkeit der letzteren, wo vielleicht Centesimalen einer Raumsecunde eine merkliche Differenz geben können, und bey der Unbestimmtheit der Eccentricitäten, gering genug sind.

Wir haben nun noch das Verhältniß des ersten zum 2ten Gliede, das wir vorhin übergiengen, zu betrachten übrig. Hierbey ist es freylich nöthig, uns zum Theil auf etwas zu beziehen, was erst in der

Folge und an einem andern Ort wird weiter aus=einander gesetzt werden können. Wir finden auch bey den Monden (besonders ist dieses bey den Saturnus=monden deutlich) gleich in Hinsicht der Größen 2 ver=schiedene Reihen angedeutet, und die größeren Monde finden sich wie im Planetensystem die größten Plane=ten, gegen Anfang der zweyten Reihe, während die er=ste viel kleinere Körper enthält. Bey der letztern müs=sen mithin, wie im Planetensystem bey den Gliedern der ersten Progression, die Zahlen, aus welchen, mit der Entfernung des vorhergehenden Gliedes nach Halb=messern des Centralkörpers zusammen, die Verhältniß=zahl des nächsten Gliedes gebildet wird, viel größer seyn. Was höchst bedeutend ist, es findet sich selbst bey den Jupitermonden der Anfang der zweyten Reihe in derselben Gegend, wie, nach dem was noch im Verlauf dieser Abhandlung hierüber gesagt werden wird, im Planetensystem.

Jene beyden Monde, deren Größe wir schon vor=hin bestimmten, bilden im System der Jupitermonde die zweyte Reihe, und wir haben nun nur noch die er=ste zu betrachten. Doch ist auch diese höchst einfach, und der 2ten in ihrer ganzen Natur so nahe verwandt, daß wir sie unmittelbar aus dieser herleiten können.

Man wird sich erinnern, daß im Planetensystem bey den ersten Gliedern beyder Progressionen, wenn wir von ihnen aus die Verhältnißzahlen der nächstfol=genden finden wollten, eine Zahl zu der andern aus der Sonnenferne schon erhaltenen, hinzuaddirt wer=den mußte. Diese wurde in der ersten Reihe von dem gemeinschaftlichen Centralkörper — der Sonne her=geleitet. Es muß dieses eine allgemeine Eigenschaft

der ersten Glieder aller Progressionen dieser Art in unsrem Planetensystem seyn *) denn wir finden dasselbe auch in dem Verhältniß des ersten Jupitermondes zum 2ten. Wir werden nämlich noch in den Gränzen dieser Abhandlung, in andern Naturverhältnissen des Jupiter, die Zahl 13, neunmal genommen, oder 117 (was jedoch etwas überzählig als 117,755 erscheint) wichtig finden. Seine Sonnenferne nach eignen Halbmessern ist dagegen nur das Quadrat von 107,814, was eben so eine Annäherung an 117 ist, wie (nach §. 24.) 78,27 an 84, 61 ja 58 an 63. Wir wissen nicht bestimmt, welche von diesen beyden, auf gleiche Weise von dem gemeinschaftlichen Centralkörper hergeleiteten Zahlen in jener Größenbestimmung des 2ten Mondes aus dem ersten eigentlich thätig sey, wenn wir aber aus beyden das Mittel (112,784) wählen, und diese Zahl zu dem Quadrat der Entfernung des 1sten Mondes nach Jupiterhalbmessern ($5,965^2 = 284,649$) hinzuaddiren, erhalten wir 397,433 für die Verhältnißzahl des Halbmessers des zweyten zu seiner Entfernung, was den Halbmesser zu 233,705 Meilen giebt, während er nach den Schröterschen Messungen 232,5, mithin nicht viel über eine Meile weniger beträgt.

So hat uns die Analogie, der wir schon öfter gefolgt waren, auch hier nicht verlassen, und wir finden das Verhältniß der beyden Reihen im Planetensystem auch hier ausgedrückt. Nur freylich viel einfacher, und stets dem Hauptcharakter der Monde treu. Die erste Progression war von der zweyten nur darin

*) Wir sehen etwas Aehnliches §. 22 und 23 bey den mittleren Entfernungen.

unterschieden, daß in jener das Quadrat der Entfernung des vorhergehenden 8 mal, in dieser dagegen 4 mal genommen die Verhältnißzahl des nächstfolgenden bestimmte. *) Uebrigens fand sich bey dem ersten Glied selbst die Nothwendigkeit jener merkwürdigen Addition wieder, die wir bey den ersten Gliedern jener Progressionen im Planetensystem beobachteten. So bleibt sich die Natur in den nothwendigsten Umrissen jenes Verhältnisses überall eben so treu als in den Gesetzen der Umläufe und Entfernungen.

II. Von einigen Verhältnissen der Eccentricitäten.

Obgleich die nachstehenden Untersuchungen noch nicht jene tiefer liegenden Verhältnisse der Eccentricitäten zu den Halbmessern der Bahnen unmittelbar, nicht das eigentliche Verhältniß der Rotationen berühren werden, welche Untersuchungen, die ich an einem andern Ort zur öffentlichen Prüfung darlegen werde, zu den schwürigsten in ihrer Art gehören; so häufen sich doch auch schon hier, in dem Verhältniß der doppelten Eccentricitäten nach Planetenhalbmessern zu der Sonnennähe nach Sonnenradien, die Schwürigkeiten vielmehr, als in den Größenverhältnissen, die wir eben verlassen. Bey dem geringen Werth der meisten Planetenhalbmesser im Vergleich mit ihren bedeutenden Entfernungen, konnte (außer bey Jupiter und Saturn)

---

*) So sinkt die charakteristische Zahl in der 2ten Progression auf die Hälfte herunter, eben so wie sie im Planetensysteme, wenn wir 488 als 8 mal 61 betrachten, auch auf die Hälfte, von 16 auf 8 herunter sinkt.

die Entfernung um ein Bedeutendes verändert werden, ohne daß dieses auf die Bestimmung der Größen merklichen Einfluß gehabt hätte, und es bewirkt, um nur noch ein mäßiges Beyspiel zu wählen, selbst bey Mars ein Unterschied von 80000 Meilen (oder 159 eignen Halbmessern), um welche wir seine Entfernung größer oder kleiner setzen, in der Bestimmung seines Halbmessers kaum 1 Meile Unterschied, während hier in den Eccentricitätsverhältnissen schon Unterschiede von wenig Planetenhalbmessern, sehr merklich fallen. Doch wollen wir uns bemühen, unser Verhältniß der Eccentricitäten, ohne durch jene Differenzen irre geleitet zu werden, so genau als möglich darzustellen.

13.

Wenn wir im §. 2. die Zahlen der Sonnennähen der Planeten nach Sonnenhalbmessern mit der doppelten Eccentricität nach Planetenhalbmessern (§. 11.) vergleichen, so fällt bey einigen Gliedern eine Verwandschaft zwischen beyden sogleich in die Augen. So verhält sich der Halbmesser des Jupiter zu der doppelten Eccentricität desselben, wie 1 zu 1068, während fast hiermit übereinstimmend, der Halbmesser der Sonne zu der Sonnennähe dieses Planeten sich wie 1 zu 1071 verhält. Bey der Juno beträgt die Sonnennähe nach Sonnenhalbmessern 430, während die doppelte Eccentricität derselben, nach eignen Halbmessern, das Quadrat von $428{,}_{25}$ ist. Bey Mercur ist die Zahl der Sonnennähe nach Sonnenhalbmessern in der doppelten Eccentricität nach eignen: 162 mal enthalten, während die Quadratwurzel seiner mittlern Entfernung nach eignen Halbmessern $161{,}_{95}$ ist u. s. w. Diese beyläufigen Bemerkungen lassen uns zwischen den Zah-

len der Sonnennähe in Sonnenhalbmessern und der doppelten Eccentricität nach Planetenradien, überall ein bestimmtes Verhältniß vermuthen, zu dessen Auffindung wir nun unsre ganze Aufmerksamkeit wenden wollen.

14.

Wenn wir auf diese Weise jenes beyläufige Verhältniß noch weiter überblicken, finden wir bey Mars zwischen der doppelten Eccentricität nach eignen, und der Sonnennähe nach Sonnenradien das von 1 zu 39. Es ruft uns dieses die in dem Verhältniß der Größen beobachtete Zahl 78 und *ihre Hälfte* 39 ins Gedächtniß, und wir fühlen uns zu der Vermuthung gedrungen, ob nicht auch in diesem Verhältniß eine jener beyden Zahlen thätig seyn werde.

Hierdurch vorbereitet wenden wir uns wieder gleich zuerst (von Mercur einstweilen absehend) zu Venus.

Es erscheint uns die doppelte Eccentricität derselben wie 1 mal 155,4528 (die Sonnennähe nach Sonnenhalbmessern) + 94 (93,9). Wir werden hernach §. 23. die Abkunft dieser Zahl des Ueberschusses ausführlich entwicklen. Jetzt wird sie uns auch ohne daß wir noch ihre Entstehung kennen, gleich bey dem nächstfolgenden Gliede höchst wichtig. Denn wenn wir bey der Erde von der Zahl der doppelten Eccentricität nach Planetenhalbmessern (816,905) 94, oder genauer 94,525 (der Ueberschuß ist aus der Mangelhaftigkeit unsrer gewählten Angabe der Eccentricität entstanden) abziehen, bleibt uns 722,38, in welcher Zahl die Sonnennähe unsres Planeten nach Sonnenradien

(212,7702) genau 3,39514 mal enthalten ist. Es ist aber 3,39514 die Cubicwurzel von 39,13582 oder der Hälfte der für die ganze erste Progression charakteristischen 78,27.

Wenn wir von hier weiter zu dem nächsten Gliede, dem Mars gehen, finden wir, wie schon erwähnt, zwischen der Sonnennähe desselben nach Sonnenhalbmessern, und der doppelten Eccentricität nach eignen, das Verhältniß von 1 zu 39,21978, was verhältnißmäßig so wenig von 39,13582 abweicht, daß eine sehr zuläßliche Veränderung der Eccentricität von 0,000163 der Bahn, die Differenz ganz aufhebt. Man könnte nun jenes Verhältniß so ausdrücken, daß sich bey der Venus die Sonnennähe in Sonnenhalbmessern zur doppelten Eccentricität verhält wie 1 zu 1 (abgesehen einstweilen von der 94) bey der Erde wie 1 zu 1^2 mal 3,39514 mithin wie 1 zu einmal 3,39514, bey Mars wie $3{,}39514)^2$ mal 3,39514, oder diese Zahl in der dritten Potenz.

Wenn wir wieder, wie bey den Größenverhältnissen, von Mars aus sogleich auf Juno übergehen, finden wir zwischen ihrer Sonnennähe in Sonnenhalbmessern, und der doppelten Eccentricität nach eignen, das Verhältniß von 1 zu 426,454. Es ist diese Zahl, wenn wir sie nach der Weise der vorhergehenden Glieder herzuleiten suchen, das Quadrat von 3,39514 in der 2ten Potenz, mithin diese Zahl in der 4ten, multiplicirt nicht mehr wie vorhin mit 3,39514 sondern nur mit 3,2095, was die Cubicwurzel von 33,0613 ist. So sehen wir die Zahl 39 die uns bis hieher begleitet, allmälig wieder verschwinden, und den Uebergang in

eine andre, welche in der zweyten Reihe an ihrer Statt auftritt, beginnen.

Wir wollen von diesem merkwürdigen Uebergange, der sich auch bey Vesta deutlich zeigt, einstweilen noch absehen, und gleich von hier zur andern Reihe fortgehen, zu welcher uns die Verhältnisse der Rotationen überführen werden.

15.

Bey den Gliedern der ersten Reihe zeigt sich 39,13582 oder eine ihr nahe verwandte Zahl, auch noch in dem Verhältniß der Rotationsperioden thätig. Es erscheint aus anderweitigen Gründen dieses Verhältniß mit dem der Eccentricitäten sehr nahe verbunden *)

---

*) Um hier nur ganz beyläufig eines Umstandes zu erwähnen, welcher die nahe Verwandschaft der Eccentricitäts- und Rotationsverhältnisse einstweilen bezeugen mag, so ist die doppelte Eccentricität bey der Venus in der Sonnenferne 72,617 bey der Erde 30,205 bey Mars 5,8738 mal enthalten, oder was dasselbe ist: die Sonnennähe zur Sonnenferne verhält sich bey Venus wie 71,617 zu 72,617 u. s. w. Wenn wir nun bey Venus mit 72,617 in die Zahl der eignen Tage dividiren, so erhalten wir 3,1804 bey der Erde durch 30,2, 12,09 bey Mars durch 5,87, 113,781 Zieht man aber von der doppelten Eccentricität der Erde etwas über 94 ab, so bekommt man das Verhältniß, 721 : 24674 wie 1 zu 34, welche Zahl in der der Erdentage nur 10,66 mal enthalten ist. 10,66 ist aber genau die Quadratwurzel von der bey Mars erwähnten Zahl 113,783 so wie 3,18 die Quadratwurzel von 10,1149 ist, was nahe an 10,66 steht. Wir erhalten bey Venus genau die Quadratwurzel von 10,66 (3,26) wenn wir die Eccentricität um $\frac{1}{5356}$ der Bahn vermehren (die doppelte um

und wir sehen schon beyläufig, daß die Planeten, welche eine geringere Eccentricität haben, auch eine im Vergleich mit ihren Nachbarn kürzere Tagesdauer haben. Bey Mercur, dessen Bahn sehr eccentrisch ist, dauert ein Tag 24 Stunden 4 Minuten. Dagegen dauert bey Venus, deren Bahn sehr wenig eccentrisch ist, ein Tag nur 23 Stunden 20 Minuten, während die Erde, mit schon etwas mehr eccentrischer Bahn, einen 40 Minuten längeren Tag besitzt, eben so wie Mars, wo die Eccentricität noch bedeutender ist, noch 40 Minuten längere Zeit zu einer Umwälzung braucht, als die Erde. Bey Juno, deren Eccentricität noch bedeutender ist, wird auch aus verschiedenem eine noch *längere Tagesdauer vermuthet.* Eben so ist bey Saturn die Bahn eccentrischer und die Dauer der eignen Tage länger als bey Jupiter.

Bey Mercur tritt auch in die Verhältnisse der Rotation und Eccentricität etwas ein, was den übrigen

---

sieben Venushalbmesser) was jedoch aus dem oben erwähnten Verhältniß nicht zuläßlich ist, und auch unnütz, da, wie wir anderwärts sehen werden, auch selbst dieser kleine Unterschied nicht ohne anderweitige Bedeutung ist. So muß sich denn auch in dem Verhältniß der Rotationen ganz dasselbe wieder finden, was wir bey den Eccentricitäten sahen. Das erste thätige Glied in der Progession der Eccentricitäten war die Erde (bey Venus nur noch 1 zu 1) wo sich die Sonnennähe zur doppelten Eccentricität verhielt wie 1 zur Cubicwurzel von 39/13. Wir mußten aber, um dieses Verhältniß zu zeigen, etwas über 94 von der doppelten Eccentricität abziehn. Dasselbe mußten wir hier thun, und dann treten die aus den Rotationen erhaltenen Zahlen in das schöne Verhältniß der Dimensionen. Das Ausführlichere hiervon an einem andren Ort.

Gliedern der ersten Reihe nicht eigenthümlich ist; dagegen verhält sich bey Venus die Länge eines Tages zu der Länge eines Erdentages wie 35,9 zu 36,9, ein Erdentag zu einem Marstag, wie 36 zu 37, oder was fast dasselbe wäre: die Tagesdauer eines vorhergehenden Gliedes zu der des nächstfolgenden verhält sich wie 39,13 ÷ 3,3 zu 39,13 ÷ 2,3.

Außer diesem erhalten wir beyläufig eine der Quadratwurzel der Zahl der eignen Tage ziemlich verwandte Zahl, wenn wir mit dem Quadrat von 3,395143 (was die Quadratwurzel von 39,1358 war) mit 11,527 in die Sonnennähe der obenerwähnten Planeten nach Sonnenhalbmessern dividiren. Bey Mars erhalten wir nämlich dann 25,9, während die Quadratwurzel der eignen Tage während eines Umlaufs 25,85 ist. Bey der Erde ist zwar die Quadratwurzel der eignen Tage 19,11 während jene Zahl in der Sonnennähe nur 18,458 mal enthalten ist, ja bey der Venus ist jene über 15 diese kaum 14, doch gründet sich dieser Unterschied beyläufig, auf dasselbe, was die schon bey den Eccentricitäten bemerkten Differenzen (durch 94) bewirkte.

16.

Wenn wir nun bey den Planeten der 2ten Progression, so weit die Dauer ihrer Tage bekannt ist, das Verhältniß derselben untersuchen, so finden wir die Länge eines Jupitertages zu der eines Saturntages, wenn wir jenen 9 Stunden 55 Minuten 50 Secunden, diesen 10 Stunden 16 Minuten setzen, wie 29,54 zu 30,54, oder wenn wir den letzteren nach dem Mittel mehrerer Herschelschen Beobachtungen um 15″ länger setzen, wie 29,179 zu 30,179. Es fin=

det sich mithin schon hierin die Zahl 29 oder 30 statt der 39 der ersten Progression ein, und wie dieser 78, entspricht jener 60 oder 58.

Wir sehen die Zahl 60 auch anderwärts in der 2ten Progression. Es enthält ein Tag der Sonne etwas über 60 Jupiter- und fast genau 60 Saturntage, während zugleich ein Saturnjahr 7 mal 60 (420) Sonnentage währet. *)

Wenn wir nun, ganz dem bey der ersten Progression gewählten Verfahren analog, die Cubicwurzel einer ziemlich mittleren Zahl zwischen den obenerwähnten 29,17 und 29,54, die der Zahl 29¼ = 3,08112 wählen, so lösen sich hierdurch auch in der 2ten die Eccentricitätsverhältnisse auf. Es verhält sich nämlich bey der Ceres die Sonnennähe nach Sonnenhalbmessern zu der doppelten Eccentricität nach eignen, wie 1 : 93,2109, bey der Pallas wie 1 : 274,642 während 29¼ multiplicirt mit 3,08112 (ihrer eignen Cubicwurzel) oder diese Zahl in der 4ten Potenz = 90,12276 ist, und 90,12276 wiederum multiplicirt mit 3,08112 = 277,679 was eben so nahe an 274 als 90 an 93 steht.

Wir sehen demnach auch hierin, wie bey den Größenverhältnissen, die 2te Progression sich in ihren ersten Gliedern noch auf derselben Höhe erhalten, wel-

---

*) Bey den Planeten der 1sten Progression herrscht auch hierin, wie ich in meinen Ahnd. beyläufig gezeigt habe, die Zahl 78. Denn so enthält ein Mercurjahr 3⅖ Sonnentage, was die Cubicwurzel von 39 ist, ein Venusjahr 8,7817 was die Quadratwurzel von von mehr als 77 ist u. s. w.

che die erste in ihren letzten Gliedern erreicht hatte. Bey der Juno hatten sich die Verhältnißzahlen der Eccentricität, der 5ten Potenz der Cubicwurzel von 39 genähert, (m. vergl. auch weiter unten §. 19.) bey Ceres erreicht sie die 4te, bey Pallas die 5te Potenz der Cubicwurzel von $29\frac{1}{4}$, welche hier die Stelle der 39 vertritt.

17.

Es entspricht nun, wie bey dem Größenverhältniß, der Zahl der Glieder nach in der 2ten Progression Jupiter der Venus, und da hier die Gründe wegfallen, die nach §. 23. bey der letzteren den Ueberschuß von 94 hervorbrachten, so verhält sich die Zahl seiner Sonnennähe nach Sonnenhalbmessern zu der der doppelten Eccentricität nach eignen, wie 1 zu 1. Denn der geringe Unterschied der sich noch hierbey findet, muß theils bey einer geringen Veränderung der Eccentricität verschwinden, theils scheint er mit einem andrem den wir weiter oben, bey der Venus, an dem gemeinschaftlichen Verhältniß der Eccentricitäten und Rotationen bemerkten (s. d. Note zu §. 15.) in einer merkwürdigen Analogie.

Es müßte nun weiter in der 2ten Progression Saturn sich verhalten wie die Erde in der ersten. Es ist bey diesem Planeten die Zahl der Sonnennähe nach Sonnenhalbmessern (1947,7784) in der der doppelten Eccentricität nach eignen, wenn wir die eben gewählte Angabe der Eccentricität beybehalten (2595,112) 1 mal + $\frac{647}{1947}$ enthalten. Wählen wir dagegen die La Placesche oder La Landesche Angabe der Eccentricität, so ist der Unterschied zwischen Sonnennähe und

Sonnenferne nach Saturnushalbmessern = 2577,34 was einmal die Zahl der Sonnennähe (1947) + 630 ist. 630 oder genauer 632,4 ist aber in 1947,778 3,08112 mal enthalten, und diese Zahl sahen wir schon in den Eccentricitäten der beyden ersten Glieder dieser Progression thätig, wo wir sie als die Cubicwurzel von $29\frac{1}{4}$ kennen lernten.

Während daher in den Eccentricitätsverhältnissen der ersten Progression, die doppelte Eccentricität des 2ten Gliedes zur Sonnennähe sich verhielt: wie $1^2 \times 3{,}39$ oder 1 mal 3,39 zu 1; so verhält sie sich bey dem 2ten Glied der 2ten zu derselben; wie 1 + 1, dividirt durch 3,08112 ($1\frac{1}{3{,}08112}$) zu 1.

18.

Dieses Verhältniß bestätigt sich dann auch bey dem nächstfolgenden Glied. Es beträgt nämlich bey dem Uranus die Sonnennähe nach Sonnenhalbmessern 3945,31, oder wenn wir der gewöhnlichen Angabe folgen, 3936,767. Es ist aber $\frac{3945{,}31}{3{,}08112} = 1280{,}48$ während $\frac{3936}{3{,}08112} = 1277{,}7$ ist. Auf der andren Seite beträgt die doppelte Eccentricität dieses entferntesten Planeten, nach eignen Halbmessern 9171,1075 oder wenn wir der gewöhnlichen Angabe in Allem folgen, 9609,17. *) Die letztere Zahl ist 2 mal

*) Eine äußerst geringe Abänderung des Verhältnisses der Eccentricität zur mittlern Entfernung, beträgt hier wegen der großen Ausdehnung der letztern, nach eignen Halbmessern gerechnet, verhältnißmäßig ungemein viel.

3936,767 + 1735, welche Zahl von $1277,\overline{7}$ nur noch um $\frac{1}{3}$ differirt. Nehmen wir jene verhältnißmäßig sehr geringe Abänderung der Eccentricität im Verhältniß zur halben großen Axe vor, deren wir uns schon oben vorläufig bedient haben, so beträgt 0,0002 um welche wir die Eccentricität kleiner setzen, gerade 458 Uranushalbmesser. Die Sonnennähe nach Sonnenhalbmessern wird jetzt 3945,31, die doppelte Eccentricität nach Uranusradien genau 9171,1075, was sich zu der ersten Zahl verhält wie 1 zu 2 + $\frac{1}{3,08112}$.

Während daher bey dem 3ten Glied der ersten Progression die Verhältnißzahl des ersten (3,39514) in die 2te Potenz versetzt wurde, wozu noch einmal 3,39514 womit jene Zahl noch multiplicirt wurde, trat, so wächst hier, bey dem 3ten Glied der 2ten Progression, die Verhältnißzahl blos durch einfache Verdopplung, wozu noch 1 dividirt durch 3,08112 hinzu addirt wird.*) Statt daß wir die erste Reihe sich in dem Verhältniß der Dimensionen verdoppeln sehen, wozu noch das jedesmal hinzukommende neue Moment multiplicirt wird, vermehrt sich die zweyte blos in einfachen Zahlen, und das neue Plus tritt durch Division hinzu. Doch wird auch hierin zwischen beyden Reihen eben so wiederum die vollkommenste Analogie erkannt, wie bey den Größenverhältnissen.

*) Man kann dieses Verhältniß auch durch 1 + $\frac{1}{3,08112}$ multiplicirt mit 3,08112 (mithin 2) + $\frac{1}{3,08112}$ ausdrücken.

19.

Wir sahen in der ersten Abtheilung dieser Abhandlung, wie da, wo beyde Progressionen, die eine an ihrem Gipfel, die andre an ihrem Anfange sich begegneten, in gewisser Hinsicht die Charaktere sich vermischten, und die eine etwas von der Natur der andren annahm. Wie sich schon in der merkwürdigen Ausnahme bey Vesta, nach welcher diese als das höhere Glied der Progression, der Sonne wieder näher steht als das zunächst niedere, der nahe Anfang einer 2ten Reihe ankündigt, wovon anderwärts mehr, so wird noch in den Verhältnißzahlen des ersten Doppelgliedes der 2ten Reihe, die Natur des angränzenden Endes der 1sten Reihe erkannt.

Auf dieselbe Weise haben wir auch schon in den Eccentricitätsverhältnissen, den Anfang der 2ten Progression noch ganz mit dem Ende der letzten übereinstimmend gefunden; noch zeigte sich nichts von dem eigentlichen Charakter dieser Reihe,*) und blos die Zahl 58, welche für dieselbe charakteristisch ist, wie für die erste die Zahl 78, verrieth uns ihr Daseyn. Am merkwürdigsten jedoch ist in dieser Hinsicht jener Uebergang der ersten zur 2ten Progression, der sich bey Juno und Vesta findet.

Wir sahen, daß in den Eccentricitätsverhältnissen der Juno, die 4te Potenz der Zahl 3,395 nicht mehr mit 3,395, sondern mit nur 3,2095 multiplicirt war. Es ist dieses die Cubicwurzel von 33,0613, während die Mittelzahl zwischen 29,25 und 39,13 = 34,19 ist.

---

*) Von jener Division nämlich.

Oder anders ausgedrückt: es ist die bey diesem Planeten beobachtete Zahl $426,_{454} = 39,_{13} \times 10,_{8968}$, was das Quadrat der Cubicwurzel von $35,_{97}$ ist. Auf beyde Weisen zeigt sich eine allmälige Annäherung der bisher sich gleich gebliebenen $3,_{395}$ an $3,_{08112}$.

Deutlicher noch ist jedoch schon der Uebergang der einen charakteristischen Zahl in die andre, bey Vesta. Es ist bey ihr die Sonnenferne nach Sonnenhalbmessern, in der doppelten Eccentricität nach eignen, $610,_{254}$ Mal enthalten, was nur noch wenig von $607,_{112}$ oder $39,_{13}$ multiplicirt mit dem Quadrat der Cubicwurzel von $61,_{1}$ (dem 8ten Theil von $488,_{8}$) oder $15,_{51294}$ abweicht. *)

Hiermit scheint auch im Zusammenhang zu stehen, daß bey Juno die Zahl 62 in der Zahl der Sonnentage während eines Jahres, noch mehr aber, daß bey Vesta die Zahl 122, oder 2 mal 61, als Cubicwurzel der Verhältnißzahl des Halbmessers zur weitesten Entfernung gefunden wird. **)

20.

Es wird nun blos noch das Verhältniß der Eccentricität bey Mercur zu berücksichtigen seyn, dessen wir vorhin nur beyläufig erwähnt haben. Es ist dieses in seiner Art nicht minder merkwürdig, als jene Eigen-

---

*) 610 ist $39,_{13}$ mal $15,_{59325}$ diese Zahl ist das Quadrat der Cubicwurzel von $61,_{5751}$.

**) Bey Juno ist die Cubicwurzel der weitesten Entfernung nach eignen Halbmessern noch $78,_{709}$.

schaften, welche Mercur in dem Verhältniß der Größen zeigt; doch wollen wir, da Vieles erst in einigen der nächfolgenden §. weiter auseinander gesetzt werden kann, hier nur einige vorläufige Bemerkungen voraussenden.

Es verhält sich bey diesem Planeten die Sonnennähe nach Sonnenhalbmessern zu der doppelten Eccentricität nach eignen, wie 1 zu 162,161. Setzt man die Eccentricität nur 0,0000235 der mittlern Entfernung, oder um 7 Mercurhalbmesser kleiner, so erhält man genau das Verhältniß von 1 zu 161,9516 was die Quadratwurzel seiner mittlern Entfernung nach eignen Halbmessern ist. Es sey jedoch die Herleitung dieser Zahl, welche sie wolle, so ist sie, wie §. 24. deutlicher werden wird, aus 78,27 + 83,7 oder der mittlern Entfernung des Mercur nach Sonnenradien zusammengesetzt. Es steht, wie wir nachher sehen werden, 78 selber statt 84, und so erscheint 162 als 1 mal 78, wozu noch unverändert die Normalzahl, aus welcher hernach 78 hergeleitet ist — 84 tritt.

21.

Nicht minder merkwürdig als bey den Planeten, müssen, wie uns schon das was wir an unsrem Mond beobachten, vermuthen lässet, die Eccentricitätsverhältnisse bey den Monden erscheinen. Denn wie es nicht ohne Bedeutung ist, daß die mittlere Entfernung des Mondes von der Erde eben so viel nach Mondenhalbmessern beträgt, als die der Sonne nach Sonnenhalbmessern, *) daß ein Tag des Mondes fast eben so

*) Nach der Brissonschen Angabe der mittlern Entfernung des Mondes 216,7, nach der gewöhnlichen 219,4, die

lange dauert als ein Tag der Sonne von der Erde aus gesehen, ja selbst daß in den Entfernungen beyder Weltkörper von der Erde gerade das Verhältniß beobachtet ist, das sie uns beyde im scheinbaren Halbmesser gleich groß erscheinen lässet; so ist es auch nicht ohne Bedeutung, daß die doppelte Eccentricität der Mondbahn nach Erdhalbmessern, fast genau so viel beträgt, als die der Erdbahn nach Sonnenhalbmessern (jenes 7,75 oder wenn wir ein Mittel aus der Brissonschen und der gewöhnlichen Angabe wählen, 7,2, dieses 7,28) während dieselbe nach Mondenhalbmessern fast genau die Quadratwurzel der doppelten Eccentricität der Erde nach Erdenhalbmessern ist. (Die doppelte Eccentricität der Mondbahn nach Mondenhalbmessern ist nach der gewöhnlichen Angabe = 28,46, die Quadratwurzel der doppelten Eccentricität der Erdbahn nach Erdenhalbmessern, oder von 816,905 ist 28,58, welche Zahl auch beyläufig der in dem gleich anfänglich erwähnten Verhältniß a^2 zu $2a^3$ vorkommenden Cubicwurzel der mittlern Entfernung der Erde nach eignen Halbmessern nahe steht.)

III. Bemerkungen über einige merkwürdige Zahlenverhältnisse.

Verhältnisse der Art, wie die eben zwischen der Erd- und Mondbahn erwähnten, verdienen wohl die größte Aufmerksamkeit, auch wenn sie vor der Hand

---

mittlere Entfernung der Erde von der Sonne 216,42 Sonnenhalbmesser.

aus unsern gewöhnlichen Theorien unerklärlich scheinen könnten. Auch ist jenes Verhältniß nicht einzig in seiner Art, und wir wollen uns seiner nur bedienen, um von ihm den Uebergang zu einigen andren ähnlichen zu machen, die wir schon jetzt auf das Dreyfache vermehren könnten, wenn unser diesmaliger Plan es erlaubte.

22.

Wenn wir jenes bekannte Verhältniß, nach welchem, wenn wir die mittlere Entfernung des Mercur 4 nennen, die der Venus 4 + 1. 3 der Erde 4 + 2. 3 des Mars 4 + 4. 3 u. s. w. wird, nach der von uns früher gewählten Weise, in Sonnenhalbmessern ausdrücken, so finden wir, daß die Zahl 3 durchgängig 63 Sonnenhalbmessern entspreche, während die andre Zahl, welche in der mittleren Entfernung des Mercur eigentlich als 84 erscheint*) sich bey mehreren Gliedern in 94, bey andren in 78 u. s. w. verändert.

Denn so ist die mittlere Entfernung der Venus 1 mal 63 + 94, die der Erde 2 mal 63 + 94, die des Mars 4 mal 63 + 78 Sonnenhalbmesser. Die der Vesta ist ziemlich genau 8 mal 63, und das gewöhnlich hinzuzuaddirende Moment verschwindet fast gänzlich. Dagegen zeigt es sich bey der Juno wieder als 73, bey Pallas und Ceres als 94; eben so wie gegen Anfang des ganzen Systems. Bey Jupiter ist die mittlere Entfernung 16 mal 63 + 117, bey Saturn 32 mal

*) Von dieser Zahl muß, ganz natürlich, ausgegangen werden, dann verhält sich 84 zu 63, wie 4 zu 3.

mal 63 + 49 endlich ist sie bey Uranus 64 mal 63 (mit 64 in der Vesta schloß sich auch in den Größenverhältnissen die erste Reihe) und jener Ueberschuß scheint wieder 94 zu seyn, obgleich er, wenn wir den Sonnenhalbmesser nur von der Größe setzen, wie hier geschahe, 97 ist.

23.

Für sich allein betrachtet, mußte freylich dieses schöne, in der Natur tief gegründete Verhältniß, den gewöhnlichen Mathematikern misfallen, da die mittlere Entfernung des Mercur, die man doch als das jedesmal neu hinzukommende + voraussetzte, auch nicht ein einziges Mal genau als dieselbe (als 84 Sonnenhalbmesser) hierbey auftritt, sondern bey einigen Gliedern diese, bey andern eine andre ist.

Allein, abgesehen davon, daß das Mittel aus 63 + 94 (wie jenes + am Anfang der ersten Progression erscheint) unsre oft erwähnte Zahl 78 ist, und daß diese es ist, welche zu der ihr auf der einen Seite liegenden 63 die auf der andern gelegne 94 hervorruft; so haben wir auch die Zahl 94 in den Eccentricitätsverhältnissen gerade der Venus, der Erde, der Ceres und Pallas, wo sich dieselbe auch bey der mittlern Entfernung zeigt, thätig gefunden. Es war dieses die Zahl, welche von der doppelten Eccentricität nach eigenen Halbmessern, bey der Venus wie bey der Erde abgezogen werden mußte, wenn jene Progression, von der wir §. 14. sprachen hervortreten sollte. Bey der Venus war sie, wie sich in den Rotationsverhaltnissen gezeigt (Note zum 15ten §.) noch ein nothwendigerer Bestandtheil der doppelten Eccentricität, welche eben

so 1 mal die Sonnennähe nach Sonnenhalbmessern + 94 war, wie die mittlere Entfernung 1 mal 63 + 94; dagegen fieng sie an bey der Erde, wo sie sich zum letztenmale zeigt, minder bedeutend zu werden, bis sie bey Mars zuletzt verschwand, und die Zahl 39,13 rein hervortrat. Eben so findet sich denn auch bey der mittlern Entfernung des Mars nicht mehr die Zahl 94 als + sondern das Doppelte von 39, unsre Zahl 78.

In der Entfernung der Venus (157) hat noch 94 über die nur einmal vorhandne 63 das Uebergewicht, in der der Erde verhält sich doch 94 zu 126 noch wie 7 zu 9, hält mithin jener noch fast das Gleichgewicht, während in den entfernteren Gliedern jenes immer neu hinzu zu addirende Plus, gegen das andre Element immer mehr zurücktritt, immer weniger bedeutend wird. Aus diesem Grunde zeigt sich jener, hiermit im offenbaren Zusammenhange stehende Ueberschuß über die der doppelten Eccentricität zu Grunde liegende Zahlen, blos bey der Erde und bey Venus, und vorzüglich unentbehrlich bey der Venus. So wird uns hierdurch aus jenem schönen, so oft verkannten Verhältniß der mittlern Entfernungen, eine sonst unerklärliche Erscheinung bey den Eccentricitäten gelöst.

Wir sehen nicht minder bey der Ceres das Verhältniß der doppelten Eccentricität nach eignen zur Sonnennähe nach Sonnenhalbmessern, wie 93,2109 zu 1, während auch bey diesen Planeten die doppelte Eccentricität nach Sonnenhalbmessern gegen 94 (93,8) ist. Bey der Pallas war jenes Verhältniß wie 3 mal 91 zu 1, und auch die doppelte Eccentricität dieses Planeten nach Sonnenhalbmessern, beträgt beyläufig gegen

3 mal 98. Endlich so erscheint bey Uranus, wo wiederum 94 zur mittlern Entferunng hinzutritt, die Zahl 93 auch in andren Verhältnissen *) die uns künftig beschäftigen werden, und seine doppelte Eccentricität nach Sonnenhalbmessern ist 4 mal 92.

Noch inniger ist die Zahl des Ueberschusses bey Jupiter und Saturn mit den andern Naturverhältnissen dieser Planeten verbunden. Die Zahl der Sonnentage während eines Jahres des ersteren, ist das Quadrat von 13, und diese Zahl erscheint auch in dem (überall wichtigem) Verhältniß der Entfernung des Jupiter zu der des ersten Gliedes des ganzen Systems (Mercur) wieder. Der Ueberschuß der mittlern Entfernung über 16 mal 63, beträgt bey ihm 117,75, oder 9 mal die Quadratwurzel der Zahl der Sonnentage in einem Jahr, während 9 das Verhältniß des Sonnenhalbmessers zu dem des Jupiter bezeichnet. Wir sahen denn auch in dem Verhältniß des 1sten Jupitermondes zum 2ten (§. 12.) wie wichtig jene Zahl 117 in der Geschichte dieses Planeten sey. Endlich so ist bey Saturn die Zahl der Sonnentage 7 mal 60 (60 drückt zugleich das Verhältniß eines Sonnen- zu einem Saturnustage aus) und die Zahl jenes Ueberschusses bey der mittlern Entfernung, ist das Quadrat von 7, welche Zahl, wie wir anderwärts sehen werden, ihre

---

*) Unter andern auch in dem schon in meinen Ahndungen angeführten des Volumens der Weltkörper, wo derselbe in der dort aufgestellten Progression 93^2 wird (die einfache Zahl 94 fällt auch dort auf Venus und Erde.)

Wichtigkeit auch in den Verhältnissen des Ringes und der Monde zu erkennen giebt. *)

24.

Wenn so die Zahl 7 mal 9 oder 63, schon in den Verhältnissen der Entfernungen unverkennbar gefunden wird; so müssen wir eine gewisse tiefere Bedeutung der Zahlen 7 — 9 — 12, auch in andren Thatsachen, die uns die Geschichte des Planetensystems darbietet, anerkennen, und so sehr man auch gewöhnlich eine solche Bedeutung der Zahlen zu verlachen pflegt, so wenig wird sich gegen das unmittelbare Zeugniß der Natur selber einwenden lassen.

Wir haben, bis jetzt die Glieder beyder Progressionen blos nach der Stufe, welche (der Zahl nach) jedes in seiner Reihe einnimmt, einander gegenüber gestellt. Ein tiefer liegendes Naturverhältniß, das ich in meiner oft angeführten Schrift weiter auseinander gesetzt habe, läßt Jupiter mit Merkur, Venus mit Saturn, Uranus mit Mars in Beziehung sehen (die Quadratwurzeln der Entfernungen des Jupiter, Saturn und Uranus nach eignen, sind z. B. nahe die Zahl der Sonnenfernen nach Sonnenhalbmessern bey Mercur, Venus und Mars). Es verhalten sich aber dann diese gegenüberstehenden Glieder, in Hinsicht der Umlaufszeiten, wie 1 zum Quadrat von 7. Mit 7 mal 7 endigt auch das letzte Glied des ganzen Systems, im Verhältniß zum ersten, und es ist die mittlere Entfernung des Uranus, 49 mal die des Merkur.

---

*) Dahin gehört nicht etwa allein die Zahl der Monde, die vielleicht gar eigentlich 8 ist.

So fiel auch, wie wir sahen, der wichtige Punkt unsers Planetensystems, wo die erste Reihe endigt und die 2te beginnt, in die 4 zuletzt entdeckten Planeten. Das Gebiet der Entfernungen derselben, fällt aber, wenn wir die Sonnennähen und Sonnenfernen zugleich mit berücksichtigen, in dem §. 22. aufgestellten Verhältniß, gegen 7 bis 9 mal 63 Sonnenhalbmesser. Eben so fieng nach §. 12. bey den Jupitermonden die zweyte Reihe bey der Entfernung von neun Jupiterhalbmessern an. *)

Wenn die Zahl 58½ in der 2ten Reihe, die in der aus der mittlern Entfernung der Pallas erhaltnen Zahl 503,541 noch als 62,942, in der aus dem gemeinschaftlichen Verhältniß der ersten Glieder erhaltnen Zahl 488,8 noch als 61,1, in der Zahl 486 schon nur noch als 60,7, endlich in den Eccentricitätsverhältnissen, Anfangs, (bey Ceres) noch als 59,996, dann nur noch (worinn sie sich dann bis zum Ende gleich bleibt) als 58,5 erscheint, sich deutlich, durch sehr allmälige Uebergänge, von 7 mal 9 oder 63 ableiten lässet, so läßt sich in der 2ten Reihe eben so deutlich die Zahl 78,27 von 7 mal 12 oder 84 ableiten. Auch hier ist die aus der mittlern Entfernung des ersten Gliedes erhaltne Zahl noch fast genau 84 (83,77) wie die von der Pallas erhaltne noch fast genau 63 war. In der nicht minder aus andern wichtigen Naturverhältnissen des Merkur hergeleiteten Zahl 162, (aus 84 und 78 zusammengesetzt) erscheint sie, wenn wir das Mittel

*) Neunmal 63, oder 567, steht der mittlern Entfernung der Juno, als des letzten Gliedes der ersten Reihe, bis auf + 10 (vielleicht 9) nahe, eben so nahe steht die Sonnennähe dieses Planeten an 7 mal 63 u. s. w.

aus den beyden Elementen woraus sie besteht wählen, noch als 81. In der Weise wie der Halbmesser der Venus von Merkur aus bestimmt wird, wahrscheinlich (nach der Note zum §. 10.) noch als 79,329, bey den übrigen Gliedern der Reihe nur noch als 78,27, endlich in den Verhältnissen der Rotationen (als das Doppelte von 37 und 36) und in der Eccentricität der Juno, worin diese schon den Uebergang zu der charakteristischen Zahl der 2ten Reihe macht, nur noch als 74 und 73. (auch in der Zahl des Ueberschusses der mittlern Entfernung bey Juno ist sie nur noch 73.) So scheint es wirklich, daß, wie schon die Meynung des frühesten Alterthums war, jene Zahlen in dem Planetensystem (wie denn wohl in der ganzen Natur) eine viel tiefere Bedeutung haben müssen, als man jetzt gewöhnlich wähnt.

IV. Vorläufige Bemerkungen über die Lage der Apsiden- und Knotenpunkte der Planetenbahnen.

Wenn auch bey diesen beyläufigen Bemerkungen, über eine besondre Bedeutung einiger Zahlen, der Zweifel, ja selbst der Widerwille, den sie bey den meisten Mathematikern erregen müssen, eine ganz natürliche Folge der jetzt herrschenden Ansichten scheinen muß; so sollte man doch eigentlich weniger erwarten, daß das Daseyn zweyer verschiedner Progressionen in den Größen- und andern Naturverhältnissen unsers Planetensystems, in dieser mathematischen Zeit etwas Anstößiges haben könnte. Und doch habe ich dieses bisher häufig, selbst bey den vortreflichsten Mathematikern er-

fahren müssen. Man scheint zu übersehen, daß diese 2 Reihen aus demselben nothwendigen Grund entstehen müssen, welcher die elliptische Gestalt der Bahnen hervorbringt, und daß sie sich sehr wohl selbst mit dem Gesetz der allgemeinen Schwere werden müssen in Zusammenhang setzen lassen. Obgleich der Verfasser sich unvermögend fühlt, für diese letztere Behauptung den mathematischen Beweis zu führen, wozu ein viel tieferer mathematischer Geist gehören wird, als der seinige, so hat er doch von einer andern Seite hinlängliche Gründe dazu, welche wohl anderwärts ihren Ort finden werden.

Einstweilen könnte es gut seyn, blos als eine nun einmal vorhandne, nicht zu läugnende Thatsache (die Erklärung sey welche sie wolle) das Daseyn jener beyden Progressionen auch in verschiedenen andern Verhältnissen der Weltkörper, welche jenen der Größen und Eccentricitäten sehr ähnlich sind, nachzuweisen. Zwar wird uns hierzu vorzüglich eine 2te Abhandlung Gelegenheit geben, welche dieser ersten vielleicht bald nachfolgen kann, und worin man auch die einzelnen Planeten in den genauen Verhältnissen der Rotationen, Neigung der Bahnen und der Axen, der Lage der Apsiden und Knoten u. a. in einem eben so nothwendigen Zusammenhang mit einander finden wird, als in dem der Größen; so daß diese Verhältnisse bey einem nächstfolgenden Glied eben so nothwendig aus denen des vorhergehenden hergeleitet werden können, als die Halbmesser; doch will ich aus dem einen jener Verhältnisse, welches die Lage der Knoten und Apsiden der Planetenbahnen angeht, noch einige vorläufige Bemerkungen hinzufügen. Da diese Bemerkungen blos dazu dienen sollen, das Daseyn jener beyden Progressionen

zu beweisen, so werden sie sich vor der Hand auf keine Weise über diese Gränze verbreiten, und selbst das eigentliche Verhältniß, nach welchem sich die Neigung der Bahnen, die Lage der Knoten und Apsiden des einen Planeten aus denen des andern genau bestimmen lassen, und welches beyläufig das einfachste und am leichtesten in die Augen fallende unter allen ist, wird außerhalb den nothwendigen Gränzen dieser Abhandlung *) liegen.

25.

Es würde der Natur der Sache eben so wenig angemessen scheinen, wenn wir die Neigung der Planetenbahnen und die Lage ihrer Knoten auf die Erdbahn beziehen wollten, als wenn wir bey den Entfernungen aller Planeten, als gemeinschaftlichen Maasstab, blos den Halbmesser der Erde anwenden wollten. Wir müssen daher zuerst jene Elemente auf die Ebene des Sonnenaequators beziehen.

Es wird die Neigung desselben auf der Ecliptik $7\frac{1}{2}°$, die Lage seiner Knoten neuerdings auf den 68sten und 248sten Grad derselben festgesetzt. Vormals hat Cassini in den Memoir. de l' Acad. royal. des sc. für d. J. 1734, diese Berechnung für die 5 älteren Planeten vorgenommen, wobey er die Neigung des Sonnenäquators so wie wir, die Lage der Knoten in den 70sten und 250sten Grade der Ecliptic vorausgesetzet; neuer-

---

*) Man muß auch hier, wo sie noch besonders abgedruckt ist, nicht vergessen, daß sie Anhang eines andern Werkes ist.

dings aber hat der hiesige sehr geschickte Mathematiker, Herr Ingenieurlieutnant Fischer, von welchem in kurzem einige sehr wichtige mathematische Arbeiten zu erwarten sind, diese Berechnung nach denselben Grundsätzen, von neuem für die ersterwähnte Annahme der Lage der Knoten vorgenommen, und auf die 5 später entdeckten Planeten ausgedehnt. Zugleich werden diese seine Berechnungen in 2 Figuren, welche dieser Abhandlung beygefügt sind, anschaulich gemacht.

Wir setzen zur Vergleichung die Cassinische Berechnung voraus, wobey zu bemerken ist, daß aus ganz einfachen Gründen, die zum Theil in den Erläuterungen der 2ten Figur enthalten sind, der Knoten der Bahnen auf der Ebene des Sonnenäquators, der dem aufsteigenden Knoten auf der Ebene der Erdbahn entspricht, hier niedersteigender ist, und umgekehrt.

Cassinis Berechnungen der:

	Neigung der Planetenbahnen in Beziehung auf die Ecliptic.			auf den Sonnenäquator.			u. d. Ortes ihres Knotens. auf d. nördlich. Hälfte d. Ecliptic.		auf d. südlich. Hälfte d. Sonnenäquators.	
Mercur	6°	55′	0″	3°	10′	6″	45°	9′	136°	7′
Venus	3	27	5	4	6	0	74	19	66	25
Erde	—	—	—	7	30	0	—	—	70	0
Mars	1	50	54	5	50	0	47	45	76	50
Jupiter	1	19	39	6	22	0	98	0	64	24
Saturn	2	30	35	5	55	0	112	56	53	17

Wir setzen nun, bey den nachstehenden neueren Berechnungen, zugleich den Ort des aufsteigenden, oder nördlichen Knotens, auf der Ebene des Sonnenäquators hinzu, um hierdurch eine leichtere Uebersicht zu gewinnen, die uns weiter unten nöthig seyn wird.

Fischers Berechnungen der

	Neigung der Planetenbahnen in Beziehung auf die Erdbahn *)	Neigung der Planetenbahnen in Beziehung auf den Sonnenäquator	des Orts ihres Knotens: des aufsteig. Knotens auf der Ecliptic.	des Orts ihres Knotens: des niedersteigenden, auf der Ebene des Sonnenäquators.	des Orts ihres Knotens: des aufsteigenden auf der Ebene des Sonnenäquators.
Mercur	7° 0′ 0″,7	2° 54′ 4″,09	45° 20′ 59″,	136° 51′ 15″,47	316° 51′ 15″,47
Venus	3 23 35,12	4 9 12,25	74 26 18,	62 44 32,7	242 44 32,7
Erde		7 30 0,		68 0 0,	248 0 0
Mars	1 51 0,14	5 49 54,98	47 37 34,	74 21 2,16	254 21 2,16
Vesta	7 8 10,7	4 27 31,43	103 18 28,	0 32 33,8	180 32 33,8
Juno	13 3 28,4	16 27 48,18	171 4 57,	17 3 21,	197 3 21,04
Ceres	10 37 33,7	3 43 28,02	80 53 23,	28 42 35,6	208 42 35,6
Pallas	34 37 41,	37 8 12,6	172 28 56,9	2 18 35,61	182 18 35,61
Jupiter	1 18 56,	6 24 15,86	98 5 16,	62 4 38,59	242 4 38,59
Saturn	2 29 50,	5 57 27,63	111 31 17,	51 11 40,61	231 11 40,61
Uranus	0 46 16,	6 44 5,28	72 46 47,	67 27 7,63	247 27 7,63

*) Nach einem Mittel aus der La Landeschen und der in den Berliner Tafeln enthaltnen Angabe.

26.

Wir erkennen bey dem ersten Blick, den wir auf die Tabelle, welche den Ort der Knoten auf dem Sonnenäquator angiebt, richten, das beyläufige Verhältniß, daß der Knoten der Erdbahn fast genau in die Mitte zwischen beyde äußerste Enden fällt. Denn wenn wir das Mittel aus dem am weitesten nach der einen Seite gelegenen Knotenpunkt der Vesta, und dem am weitesten nach der andern liegenden des Mercur suchen, erhalten wir 68° 41′ 54″,63. *) Eben so erhalten wir 68° 32′ 47″,43 wenn wir das Mittel aus den Knotenpunkten der zu beyden Seiten der Erde (der Entfernung nach) gelegnen Planeten, Venus und Mars suchen, und der Knotenpunkt der Venus ist fast eben so weit abwärts von dem des zunächst vorhergehenden Gliedes Mercur entfernt, als der des Mars von jenem des nächstfolgenden Vesta (jener 74° 6′ dieser 73° 48′).

Dagegen erhalten wir, wenn wir das Mittel aus der Summe aller Knotenpunkte von dem einen äußersten — dem der Vesta aus gerechnet suchen, 51° 23′ 33″ **) und eben so, wenn wir das Mittel aus der Summe aller, von dem andren äußersten Ende, von dem des Mercur aus gerechnet, abwärts gezählt, su-

---

*) Was vielleicht der Wahrheit näher steht, als die auch von uns gewählte, immer auf sehr unsicheren Beobachtungen beruhende Angabe.

**) Wenn wir eben so das Mittel aus der Summe aller aufsteigenden Knoten, von dem der Vesta an gerechnet, suchen, erhalten wir 231° 32′ was mithin 51° 23′ entspricht.

chen, 84° 55′ 8″. Wir erhalten dann aber, wenn wir im ersteren Falle 51° 23′ 33″ von dem Knotenpunkte der Vesta aufwärts zählen, 51° 56′ 7″ der Länge, und genau eben so, wenn wir 84° 55′ 8″ von dem des Mercur abziehen, 51° 56′ 7″. *) Es fällt aber in die Augen, daß dieser so aus beyden Mitteln erhaltne Punkt, mit dem Knotenpunkt des Saturn, der in der andern Reihe das der Erde entsprechende Glied ist, ziemlich nahe übereinstimmt, eben so wie der aus dem Mittel beyder Extreme erhaltne, mit dem Knotenpunkt der Erde. **)

27.

Es erhält diese vorläufige Bemerkung, die sich uns bey der Betrachtung jener Tabelle aufgedrungen, bald einige Bedeutung, wenn wir einen ähnlichen prüfenden Blick auf die nachstehende Tabelle, welche die Orte der Apsidenpunkte enthält, richten wollen.

---

*) Die Summe der Entfernungen des Knotens der 4 Hauptplaneten der ersten Reihe (von Mercur bis Mars) ist nahe an 136° 19′ oder dem Abstand des Knotens bey dem ersten Glied von dem der Vesta. Eben so beträgt die Summe jenes Abstandes bey der 2ten Reihe 28° 7′; — der des Knotens der Ceres (des ersten Planeten der 2ten Reihe) von dem der Vesta 28° 10′.

**) Da die Lage der Knoten der übrigen Planeten nur nach der bey der Erde vorausgesetzten berechnet werden kann, diese aber sehr leicht Irrthümern von ½ ja einem ganzen Grad ausgesetzt seyn muß, so dürfen auch in diesen beyläufigen Verhältnissen Differenzen, die nicht mehr betragen, nicht zu hoch angerechnet werden.

	Längen der Sonnenferne.			Längen der Sonnennähe.		
Mercur	253°	33′	58″	73°	33′	58″
Venus *)	308	13	0	128	13	0
Erde	278	37	16	98	37	16
Mars	151	28	14	331	28	14
Vesta	69	50	31, 9	249	50	31, 9
Juno	233	17	1	53	17	1
Ceres	326	37	59	146	37	59
Pallas	301	3	11	121	3	11
Jupiter	190	21	4	10	21	4
Saturn	268	9	7	88	9	7
Uranus	347	6	44	167	6	44

Wenn wir die Summe aller Sonnenfernen, von dem Knotenpunkt der Vestabahn auf dem Sonnenäquator an, welcher Punkt (der mit dem ersten Grad der Länge fast übereintrifft) **) uns schon einmal von Wichtigkeit gewesen, zusammen addiren, und hernach das Mittel aus allen suchen, finden wir auf die gewöhnliche Länge reducirt 248° 1′ 38″ 7. Zählen wir dagegen die Entfernung der Aphelien von diesem Punkte aus nach der minus Seite hin, oder zurückwärts, was natürlicher scheint, da hier die meisten (bis

*) Berliner astronomische Tafeln 1779.

**) Wie wir künftig bey dem Verhältniß der Neigung der Axen der Planeten auf ihrer Bahn sehen werden, gar nicht zufällig; sondern aus einem nothwendigen Grund. Man bemerke nur einstweilen vorläufig, daß der Knoten der Erdbahn auf dem Sonnenäquator, fast genau dem Aphelio der Vesta entspricht, aus demselben Grunde muß der Punkt, wo die Ebene unsers Aequators die Erdbahn schneidet, in den Knotenpunkt der Vesta fallen. Hiervon künftig. Ein ähnliches Verhältniß, ist schon jetzt zwischen mehreren Planeten deutlich.

auf 2) demselben näher sind, und ziehen alsdann, wie nothwendig ist, den Werth jener beyden, die nach der + Seite hin näher an dem gewählten Punkte fallen, ab, (des Mars und der Vesta) so finden wir, wenn wir durch Division das Mittel aller suchen: 312° 56′ der Länge. Umgekehrt aber, wenn wir von dem Knotenpunkte der Vesta gerade aufwärts gezählt, aus der Summe der Perihelien das Mittel suchen, erhalten wir den 312° 56′ auf der andern Seite ziemlich entsprechenden Punkt: 133° 29′, so wie wir, wenn wir uns der andern Weise bedienen, den dem 248sten Grad entsprechenden 68sten finden. *)

Addiren wir ferner alle Abstände der Aphelien, die dem 248sten Grade nach der + Seite hin am nächsten liegen, (noch innerhalb der Gränze von 180°), welches die von 7 sind, so erhalten wir 347° 21′ 15″,**) addiren wir dann die der viere, welche von diesem Punkt nach der ÷ Seite weniger als 180° entfernt sind, so erhalten wir auch 347° 2′ 14″. ***)

---

*) Das Mittel aus den Aphelien der 4 zuletzt entdeckten Planeten, ist auf die gewöhnliche Länge reducirt: 232° 42′, was sowohl mit dem Aphelio der Juno als dem Knoten der Saturnsbahn auf der Ebene des Sonnenäquators übereinstimmt.

**) Sehr merkwürdig ist es, daß diese Zahl dem Aphelio des letzten Planeten des ganzen Systems, — des Uranus, von dem Knoten der Vesta an gezählt, so nahe steht.

***) So ist auch die Summe des Abstands der Aphelien des Mercur, der Venus und der Erde von dem 248sten Grade nach der + Seite hin, (96° 24′ 14″) fast genau so viel, als der Abstand des Apheliums des Mars von jenen Punkten nach der ÷ Seite beträgt, (96° 31′ 46″) während die Summe der Abstände der Aphelien der Vesta und Juno von jenem Punkte, gerade 2 mal 96° 26′ (192° 52′) ist u. s. w.

Wir sehen demnach in diesen Verhältnissen die beyden Knotenpunkte der Erdbahn auf dem Sonnenäquator, oder was dasselbe ist, die Apsidenpunkte der Vesta, unverkennbar ausgezeichnet; und mit Recht, da der 69ste Grad der Punkt ist, wo von der Sonne aus gesehen, fast mehr als wahrscheinlich jener Weltkörper, oder jene höhere Substanz hinfällt, zu welcher sich die Sonne wiederum verhält, wie die Planeten zu ihr.

Wenn wir nun zuerst untersuchen — und dieses ist was uns hier vorzüglich nöthig ist, — welche Planeten sich von diesen Punkten aus gezählt nach der einen und der andern Seite hin entsprechen, so finden wir gerade wieder, wie in den Verhältnissen der Größen und Eccentricitäten, daß der Venus auf der einen, Jupiter auf der andern, dem Mars auf der einen, Uranus auf der andern entspricht. Denn so erhalten wir, wenn wir das Mittel aus den Aphelien der Venus und des Jupiter suchen, 248° 17′ 49″, aus den Perihelien 68° 17′ 49″ oder was dasselbe ist, das Aphelium der Venus ist eben so weit nach der einen Seite hin von dem 248sten Grad entfernt, als das des Jupiter nach der andern (beyde gegen 60°). Eben so erhalten wir, wenn wir den Punkt suchen, der, wo sich die Aphelien des Mars und des Uranus am nächsten stehen, gleich weit von beyden absteht (82° 10′ 45″) 68° 17′ 29″; auf der andern Seite ist das Mittel zwischen beyden 248° 17′ 29″.

Außer dem 248sten und 68sten Grade, erhielten wir vorhin die Zahlen 133 und 313 als bedeutende: Es sind diese aber nicht blos den Knotenpunkten der Bahn des Mercur auf der Ebene des Sonnenäquators (136 und 316) nahe, sondern noch näher, und fast

genau jener Punkt, wo das Mittel aus den Apsidenpunkten der Pallas und Ceres, welche, wie wir sahen, auch in allen andren Verhältnissen als das erste (Doppel) Glied der 2ten Reihe, dem Mercur in der ersten entsprachen, hinfällt. Denn wenn wir, wie wir bisher überall thun mußten, diese beyden Glieder nur wie ein einziges betrachten, und auch aus den beyden Apsiden nur eine (mittlere) wählen, ist diese für den gemeinschaftlichen Sonnennähenpunkt: 133° 50′ 35″ für den gemeinschaftlichen Sonnenfernenpunkt 313° 50′ 35″. Umgekehrt steht nun auch das Aphelium des Mercur dem 248sten Grade unter allen am nächsten, wie sein Perihelium dem 68sten u. s. w.

Wenn wir nun aber auch, wie wir vorhin bey den Knotenpunkten thaten, eben so von dem auf dem andern äußersten Ende gelegnen des Mercur an zählen, finden wir, um nur das zu erwähnen, was uns jetzt zunächst angeht, von ihm und jenem der Vesta aus gemeinschaftlich, den 273sten Grad. Denn dieser ist gerade eben so weit nach der andern Seite hin von dem 136sten, oder dem Knotenpunkt des Mercur entfernt, als dieser von dem der Vesta (136°). Vorhin (§. 26.) fanden wir gemeinschaftlich von den Knotenpunkten der Vesta und des Mercur aus, den der Erde und den des ihr in der andern Reihe entsprechenden Saturn, jetzt aber finden wir (man erlaube uns einstweilen diesen Ausdruck) durch den abermals aus dem Verhältniß der Knotenpunkte der Vesta und des Merkur erhaltenen 273sten Grad der Länge, die Sonnenfernen dieser beyden Planeten. Es ist nämlich das Mittel aus 268° 9′ 7″ und 278° 37′ 16″ = 273° 23′ 11″,5, welcher Punkt zugleich auch aus anderweitigen Gründen fast derjenige ist, wo das Maximum der Neigung

der Pallasbahn, die unter allen die größte ist, hinfällt.

Ein andrer Punkt, der von dem Knotenpunkte des Merkur aus erhalten wird, wenn wir von ihm aus gerade aufwärts, (nach der + Seite) die Entfernung aller Aphelienpunkte zählen, und aus der gefundnen Summe das Mittel nehmen, ist der 281ste, oder aus anderwärts anzuführenden Gründen *) vielmehr fast genau der 283ste, (der von den Apsidenpunkte der Erde und dem 273sten Grad, zugleich aber auch aus den Knotenpunkten des Saturn und dem oben erwähnten 313ten, auf eine Weise, deren wir uns künftig bedienen wollen, erhalten wird). Es ist aber dieser Punkt nicht allein das Mittel zwischen den Aphelien des Merkur und jenem erwähnten des ersten Doppelgliedes der 2ten Reihe, sondern auch fast das Mittel zwischen jenen Punkten, wo die Bahnen der in allen Verhältnissen, so wie Pallas und Ceres geschwisterlich verbundnen Planeten, Vesta und Juno, das Maximum ihrer Neigung erreichen.

Denn diese Vereinigung der Juno und Vesta, zeigt sich auch bey einer nur oberflächlichen Betrachtung dieser Verhältnisse. Wir sahen, daß sowohl die Größen als Eccentricitätsverhältnisse der Vesta und Juno, gemeinschaftlich von Mars aus bestimmt wurden. Eben so werden es denn auch die Apsiden, und es ist das Aphelium der Juno nach der einen Seite hin, fast genau eben so weit von dem des Merkur aus entfernt, als das der Vesta nach der andern (dieses ÷ 81° 37′

*) Denn wir werden diesen Punkt künftig noch in vielen andern Fällen sehr ausgezeichnet finden.

42″ jenes + 81° 48′ 47″), Pallas und Ceres aber zeigen sich auch darin wieder verbunden, daß, wenn man auf eine künftig anzuführende Weise, den Ort des Apheliums des nächsten Gliedes von der Juno aus bestimmt, nicht der des Apheliums der Ceres, sondern fast genau das Mittel aus beyden Aphelien, 313° 50′ 35″ erhalten wird,*) so wie auch die Entfernung der Sonnenferne von dem Knotenpunkte, (welche Entfernung überall von der höchsten Wichtigkeit ist) **) bey dem einen fast eben so viel wie bey dem andern, nämlich bey Ceres 62° 4 bey der Pallas 61° 15 beträgt.

So werden auch in diesen Verhältnissen nicht blos unverkennbar deutlich zwey verschiedne sich entgegen=

---

*) Selbst schon in dem sehr beyläufigen, in der 2ten Reihe Statt findenden Verhältniß, nach welchem das Aphelium eines nächstfolgenden Planeten von dem des vorhergehenden gegen 78 bis 80 Grade entfernt ist. So viel beträgt nämlich der Abstand zwischen den Aphelien des Uranus und Saturn, zwischen denen des Saturn und Jupiter, zwischen denen des Jupiter und dem Mittel aus den Aphelien der Pallas und Juno, endlich auch der zwischen denen der Juno und dem Mittel aus jenen der Ceres und Pallas.

**) Auch darinn lassen sich schon beyläufig beyde Progressionen, und die Wechselbeziehungen der einzelnen Glieder derselben erkennen. Wenn man nämlich die Abstände der Apsiden von den Knotenpunkten vergleicht, sind sich diese Differenzen bey Mars und Uranus, dann wieder bey Erde und Saturn, endlich bey Jupiter und Venus am nächsten verwandt, und der jedesmalige Unterschied wird uns künftig noch von der größten Wichtigkeit seyn. Bey Mercur ist endlich der Abstand des Apheliums von dem aufsteigenden Knoten (116° 42′) dem des Periheliums der Pallas und Ceres von demselben Knoten (118) verwandt.

gesetzte Reihen im Planetensystem erkannt, sondern die einzelnen Glieder derselben stehen in derselben Beziehung auf einander, Merkur auf Pallas und Ceres, Venus auf Jupiter, Erde auf Saturn, Mars auf Uranus, wie in den Größen- und Eccentricitätsverhältnissen. Erde und Saturn erscheinen hierbey jeder in seiner Reihe als die beyden wichtigsten Glieder, und die Natur hat dieses auch gleich äußerlich den Sinnen bemerkbar gemacht, indem sie unter allen Gliedern der ersten Reihe bloß der Erde einen Mond, unter allen Gliedern der Mondereichen 2ten Reihe, blos dem Saturn einen Ring verliehen hat. *)

Ja selbst, man erlaube mir hierüber nur noch einige Worte, jene, vielen Mathematikern mißfällige Wichtigkeit der Zahlen 63 — 7 — 9 — 12 u. s. w. rechtfertigt sich auch hier.

Denn so sind nicht blos der Abstand von 30 Graden, oder der 12te Theil des Kreises, der von 60, oder der 6te, der von 51° (selbst schon nach §. 26.)

---

*) Auf eine andre, tiefer liegende Beziehung zwischen Saturn und Erde, habe ich schon anderwärts aufmerksam gemacht. Es ist nämlich die große magnetische Periode der Erde (zu 864 Jahren) fast genau das Quadrat eines Saturnjahres (dieses ist 29,42 Jahre, die Cubicwurzel von 864, ist 29,39). Wir werden aber künftig, bey dem Verhältniß der Neigungen der Axen sehen, daß eben so die große magnetische Periode bey Venus, mehr als wahrscheinlich das Quadrat eines Jupiterjahres, bey Mercur das eines Ceres und Pallasjahres, ja selbst bey Mars das eines Uranusjahres ist; wobey natürlich jene Zahl (als Wurzel) gewählt werden muß, wie oft ein Jahr jener ersteren Planeten in dem des ihnen in der andren Reihe entsprechenden Planeten enthalten ist. (Ein Pallas- und Ceresjahr enthält 19,1 Mercur-, ein Jupiterjahr 19,27 Venus-, ein Uranusjahr 44,53 Mars-Jahre.)

oder der 7te, der von 40, oder der 9te Theil des Kreises, wie wir künftig sehen werden, in einer Menge von Fällen ausgezeichnet, sondern wie man schon bey einer beyläufigen Betrachtung der Lage der Knotenpunkte und ihrer Abstände sehen wird, der Abstand von 5° 42′ 51″, oder der 63ste Theil des Kreises, zeichnet sich bey jeder Gelegenheit aus. So viel fast beträgt der Unterschied zwischen den Knoten der Venus und der Erde, der Erde und des Mars; doppelt so viel, der zwischen den Knotenpunkten des Saturn und des Jupiter, der Juno und Ceres; vierfach so viel, der zwischen den Knoten der Ceres und des Saturn; (mithin sechsfach so viel, der zwischen Ceres und Jupiter) dreyfach so viel, der zwischen den Knoten des Saturn und der Erde, der Vesta (oder der Pallas) und der Juno, u. s. w. Doch ist die merkwürdigste Uebereinstimmung der Verhältnisse der Lage der Apsiden, der Knoten und der Neigungen, mit jenen der Größen und Eccentricitäten, die, welche jenen Zusammenhang der einzelnen Planeten unter einander, und die stete Beziehung eines vorhergehenden näheren Gliedes auf ein künftiges entfernteres beweist. Diese Uebereinstimmung wird sich uns sogleich, bey den weiteren Untersuchungen über diesen Gegenstand, zu erkennen geben. Doch versparen wir alle weitere vorläufige Bemerkungen darüber, bis zur Aufstellung jenes einfachsten Verhältnisses unter allen (das sich selbst dem Anfänger in allen ähnlichen Untersuchungen aufdringen muß) selber, wo uns dann die leichteste Rechnung den Ort der Apsiden und des Knotens, sammt der Neigung, des einen Planeten aus denen eines andren der Sonne näheren, soll finden lassen, und von wo sich uns ein einfacher Weg, zu andern viel schwierigeren Untersuchungen zei-

gen wird. Vielleicht daß dann auch der Innhalt dieser Abhandlung, der jetzt nur noch zu sehr als Fragment erscheint, in vielseitiger Verbindung mit andren bestätigenden Thatsachen, an Klarheit so wie an Bedeutung viel gewinnen wird. *)

---

*) Seit einigen Tagen verbreitet sich das fröhliche Gerücht eines neuentdeckten Planeten. Sollte sich dasselbe bestätigen, so könnte wohl nichts Anders eine so klare und genügende Bestätigung oder Correction der hier aufgestellten Verhältnisse werden, als eben diese schöne Entdeckung in ihren weiteren Folgen.

Erläuterung der beyden Figuren.

Es ist der vorläufige Zweck derselben, die pag. 66 dieser Abhandlung mitgetheilten Berechnungen der Neigung der Planetenbahnen auf der Ebene des Sonnenäquators, anschaulich zu machen; doch werden wir uns, besonders der 2ten Figur, in einer nächstfolgenden Abhandlung noch zu einer andern Absicht bedienen.

Fig. 1) Wir sehen demnach auf der 1sten Figur die eine Halbseite des Sonnenäquators, die man von dem 60sten bis zum 240sten Grad der Länge genommen, weil in diese Gränze, von der Sonne aus gesehen, die südliche Hälfte der Bahn der meisten und wichtigsten Planeten unsers Systems fällt. — Der Beobachter wird in dieser Figur außerhalb des ganzen Systems, oder, was dieselben Erscheinungen giebt, in seine Mitte, auf die Sonne gestellt. Alsdann sieht er nach der gewählten Richtung, die Bahnen der Planeten in dem hier ausgedrückten Verhältniß nach Süden von der Ebene des Sonnenäquators abgehen: (sich gegen diese neigen) nämlich Pallas, deren niedersteigender Knoten schon in den 3ten Grad der Länge, mithin außerhalb dieser Figur fällt, am weitesten; nächstdem Juno, dann die Erde u. s. w.

Nur von den vier neu entdeckten Planeten, und vom Saturn, fällt der niedersteigende Knoten außerhalb, der aufsteigende innerhalb der Figur, wodurch auf der linken Seite ein Theil der nördlichen Hälfte

ihrer Bahn sichtbar wird; während auf der rechten ein Theil der Bahnen der andern Planeten, besonders des Mercur, nördlich gegen den Aequator geneigt erscheint.

Fig. 2) Wenn auf der ersten Figur noch nicht auf die Durchschnittspunkte der andern Planetenbahnen mit der Erdbahn Rücksicht genommen worden; so hat man dieses dagegen auf der 2ten Figur zu erreichen gesucht. Freylich ist es nur unvollkommen gelungen! da das Ganze perspektivisch entworfen werden mußte, wodurch es, besonders bey der Pallasbahn, unmöglich wurde, daß die Knoten auf der Ecliptik zugleich mit denen auf dem Sonnenäquator, genau angedeutet werden konnten.

Um nur einige Beyspiele zu geben: so fallen die Knoten der Saturnusbahn auf dem Sonnenäquator, nach pag. 66 in den 51sten und 231sten Grad, die auf der Ecliptik gegen den 112ten und 292sten; wirklich wird man sie auf der 2ten Fig. in den ersterwähnten Punkten in der Mitte des Sonnenäquators finden, während sie in den letztern den Kreis der Erdbahn durchschneidet. Eben so sieht man die Vestabahn, wie nach pag. 66 nothwendig ist, im 1sten und 181sten Grad in der Mitte des Sonnenäquators, während die Knoten auf der Ecliptik in den 103ten und 283sten Grad fallen u. s. w.

Es kann schon diese Figur dienen, ohngefähr zu zeigen: wo die Durchschnittspunkte einer Planetenbahn mit irgend einer andern hinfallen. So z. B. fallen die Knoten der Saturnus- auf der Marsbahn, in die Gegend des 331sten und des 151sten Grades, und wirklich sieht man auch auf unsrer Figur in dieser Gegend beyde Bahnen sich durchschneiden. Zugleich lehrt diese Figur, wie schon die 1ste, sehr anschaulich: weshalb der zunächst an dem aufsteigenden

Knoten auf der Ecliptik fallende Knoten auf dem Sonnenäquator, hier niedersteigender werden muß, u. s. w.

Auf der einen Seite der Figur, die für die meisten Planetenbahnen von der Gegend des 70sten bis zu der des 250sten Grades geht, kann man sich die südlich vom Sonnenäquator abwärts geneigten Bahnen unterhalb, auf der andern Seite die nordwärts geneigten, oberhalb der Ebene des Papiers liegend denken.

Die Zahlen der Grade stehen auf der einen Seite jedesmal oberhalb des zu bezeichnenden Grades, dessen Ende durch einen Strich angedeutet ist.

Auf beyden Figuren ist der Kupferstecher bemüht gewesen, die Bahnen der verschiedenen Planeten auf verschiedene Weise dem Auge auszuzeichnen. P bedeutet den Punkt, wo das Perihelium, A den, wo das Aphelium, M auf der ersten Figur jenen, wo das Maximum der Neigung der jedesmaligen Planetenbahn hinfällt.

Wo mehrere Planetenbahnen zu nahe in einander laufen, hat man vorzüglich eine vorherrschen lassen, wogegen die andern an diesen Stellen unsichtbar werden.

Bemerkung.

An einigen Stellen dieser Abhandlung soll der Ausdruck: geometrische Progression, ausschließend die einfache geometrische Progression bedeuten.

Druckfehler.

p. 8 Z. 13 v. u. (bey Juno) st. 0,0254 . . . 0,254 . . .
p. 16 Z. 13 v. o. st. 4 mal 78 l. 4 (mal 78)
p. 24 Z. 6 v. o. l. sahen st. sehen.
p. 46 Z. 11 v. o. l. Cubicwurzel st. Quadratwurzel.
p. 58 Z. 14 und p. 59 Z. 12 v. o. del. ,
p. 59 Z. 10 v. u. l. nach eignen st. eignen.
p. 60 Z. 12 v. u. l. 1sten st. 2ten.
p. 61 Z. 4 v. o. l. §. 5 st. §. 10.
p. 73 Z. 9 v. o. l. dem st. den.
— Z. 4 v. u. l. Mars st. Mercur.

Schubert, Gotthilf Heinrich <<von>>,

Neue Untersuchungen über die Verhältnisse der Größen und Excentricitäten
der Weltkörper Mit 2 Kupfertaf

Dresden 1808

Don.Lud. 578
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10728107-5